

Va-ton faire des vagues ?

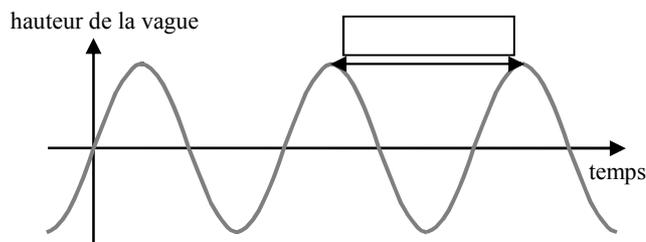
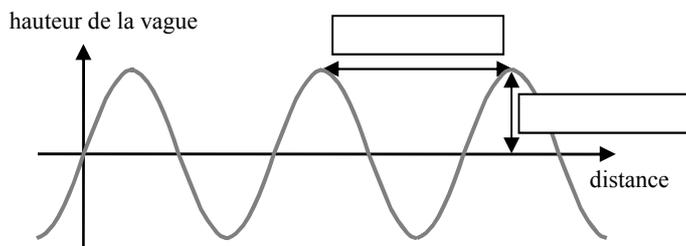
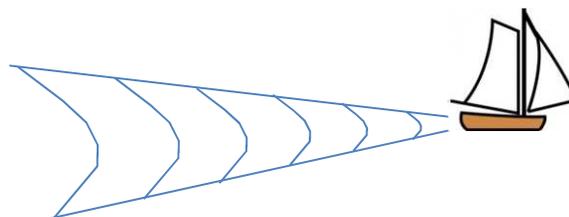
Niveau : terminale S.

Lien avec le programme de mathématiques : ouverture interdisciplinaire. Calculer la dérivée de $x \mapsto \sqrt{u(x)}$.

Lien avec le programme de physique : ondes dans la matière, extraire et exploiter des informations sur les manifestations des ondes mécaniques dans la matière. Ondes progressives périodiques, distance et vitesse de propagation. Pour une onde progressive sinusoïdale, période, fréquence et longueur d'onde.

Lien avec Les maths au quotidien : transport, sillage de Kevin sur maths-au-quotidien.fr.

Intéressons-nous d'abord aux ondes sinusoïdales élémentaires générées à la surface de l'eau par un bateau lors de son déplacement.



Compléter dans les cadres.

Lorsque l'eau est assez profonde, la vitesse des ondes sinusoïdales qui se propagent en surface dépend de leur longueur d'onde, c'est-à-dire de la distance entre deux crêtes successives. Plus précisément, la vitesse d'une telle onde sinusoïdale est proportionnelle à la racine carrée de sa longueur d'onde : contrairement aux ondes sonores qui voyagent toutes à la même vitesse, on dit que les ondes à la surface d'un liquide sont « dispersives ».

Puisque ces ondes élémentaires ont des vitesses différentes, elles se décalent les unes par rapport aux autres, ce qui modifie la position où leurs amplitudes s'additionnent et construisent la vague (maximum d'énergie).

On appelle $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ le nombre d'onde d'une onde de longueur d'onde λ . Pour des ondes de grande longueur d'onde où seule la force de gravité intervient, on peut montrer que la relation (approchée) qui relie la pulsation ω des ondes à leur nombre d'onde k s'écrit : $\omega = \sqrt{gk}$, où g est l'accélération de la pesanteur.

La vitesse de groupe de chaque onde (vitesse de propagation de l'énergie), est donné par $c_g(k) = \frac{d\omega}{dk}$ et la vitesse de phase (vitesse moyenne des ondes élémentaires) est $c_\phi = \frac{\omega}{k}$.

Montrer que $c_g(k) = \frac{1}{2} c_\phi$, c'est-à-dire que la vitesse de groupe est moitié moindre que la vitesse de phase.