

# « ALLEZ CHEWIE, PASSE EN VITESSE LUMIERE »

**Niveau :** terminale générale, spécialité.

**Lien avec le programme :** calculer la dérivée de  $\sqrt{u}$ . Limite infinie d'une fonction en un point, d'une composée de deux fonctions. Asymptote parallèle à l'un des axes de coordonnées. Interpréter graphiquement les limites obtenues.

**Lien avec le programme de physique :** Temps et relativité restreinte.

**Lien avec Les maths au quotidien :** Astronomie.

**Dans ce devoir apparaissent en particulier les capacités et compétences suivantes :**

## CAPACITÉS ATTENDUES

Déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions.	
Interpréter graphiquement les limites obtenues.	

## COMPETENCES ATTENDUES

Se référer à la fiche de compétences.

La compétence C6 est transversale à l'ensemble de la rédaction de votre copie.

Chercher C1					
Modéliser C2					
Représenter C3					
Calculer C4					
Raisonner C5					
Communiquer C6					

Han Solo, Chewbacca et Princesse Leia sont à bord du Faucon Millenium et sont poursuivis par le vaisseau amiral de Dark Vador. Ils s'appêtent à passer en « vitesse lumière »... La vitesse  $c$  de la lumière dans le vide intersidéral peuplé de vilains aliens est d'environ 300 000 km/s. b On prendra  $c = 300\ 000$  km/s pour les calculs. D'après la théorie de la relativité, si l'on voyage à une vitesse



$v$  comprise entre 0 et  $c$ , notre masse au repos va être multipliée par  $\gamma(v) = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ .

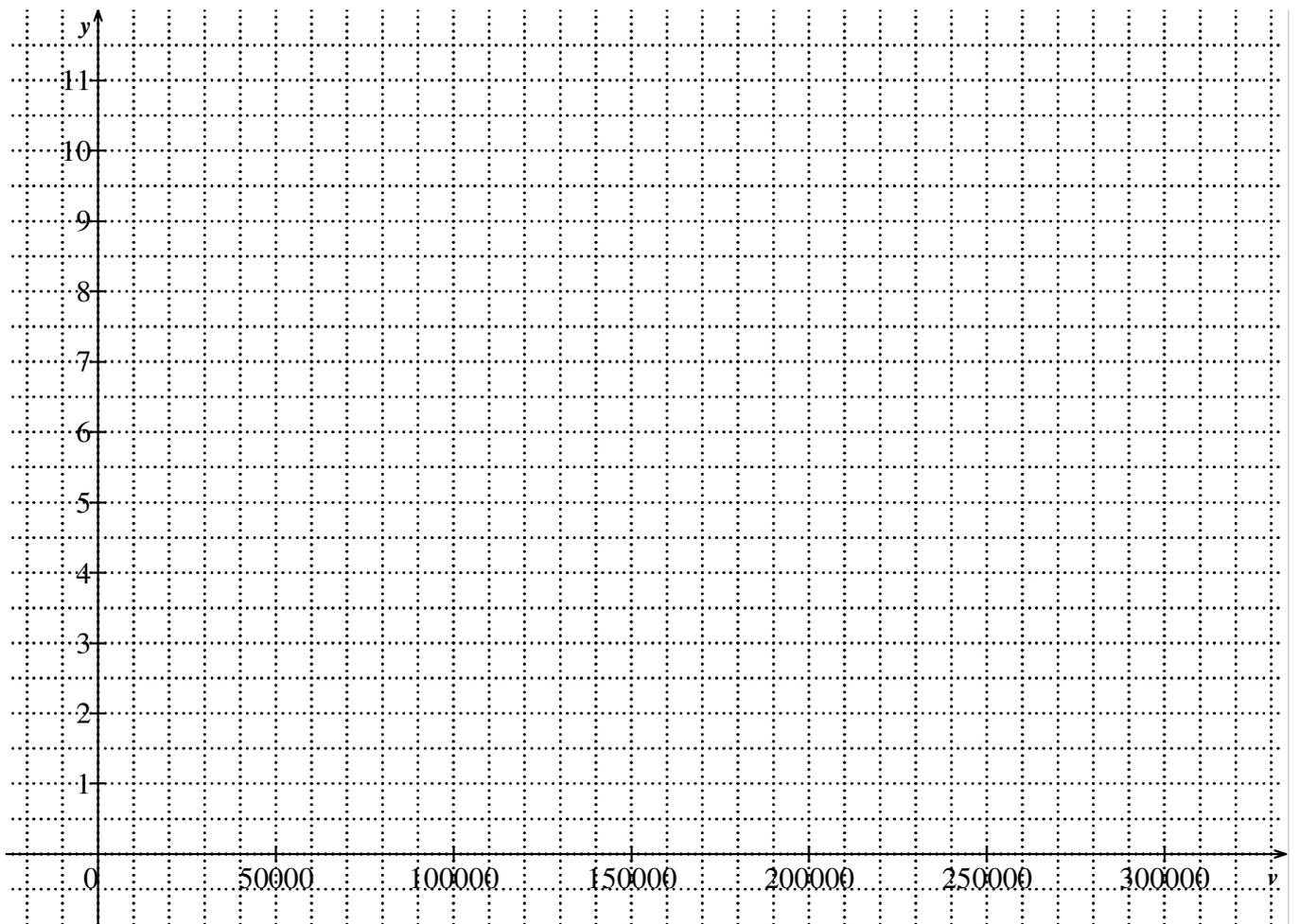
On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $\gamma$ , d'équation  $y = \gamma(v)$ , dans un repère orthogonal du plan.

1. Calculer  $\gamma(v)$  pour  $v = 0,6$  km/s (Concorde) puis pour un objet galactique voyageant au tiers de la vitesse de la lumière dans le vide. C4
2. a. Calculer  $\lim_{v \rightarrow c} \gamma(v)$ . Qu'en déduit-on pour  $\mathcal{C}$ ? C4, C3
  - b. Étudier les variations de  $\gamma$  sur l'intervalle  $[0 ; c[$  et dresser son tableau de variation. C4, C5
  - c. Déterminer une équation de la tangente  $\mathcal{D}$  à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse  $v = 0$ . C4
3. Tracer soigneusement sur le graphique en dos de feuille les droites d'équation  $y = 1$ ,  $v = c$  et la courbe  $\mathcal{C}$ . C3
4. a. Leia, qui n'aime pas prendre trop de poids, se demande pour quelle vitesse sa masse est le double de celle au repos. Répondre à sa question. C1, C2
  - b. On propose ici une feuille de calcul formel :

```
1 resoudre (300000/sqrt(300000^2-v^2))>=1.01, v)
[ (v>(-300000))and(v<=(-300000*(sqrt(201))/101)), (v>=300000*(sqrt(201))/101)and(v<300000) ]
```

En vous appuyant sur celle-ci, déterminer les vitesses pour lesquelles Leia verra sa masse augmenter d'au moins 1 %.

Interpréter ce résultat, pour nous, pauvres Terriens, qui ne disposons pas de Faucon Millenium (on pourra faire des recherches sur internet). C2, C6



**Point info :**

La fonction  $\gamma$  de la variable  $v$  s'appelle le facteur de Lorentz. Celui-ci s'applique également à la dilatation du temps (voir programme de physique) et la contraction des longueurs en relativité restreinte.