

Un train primitif

Niveau : terminales : générale spé, STI2D, maths complémentaires.

Lien avec le programme : primitive d'une fonction sur un intervalle. Activité de découverte (Delagrave BTS 2014 p. 28)

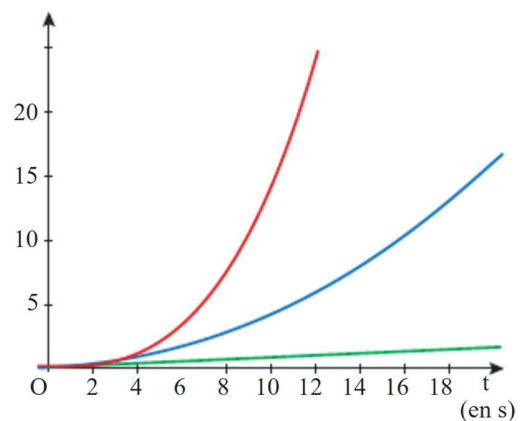
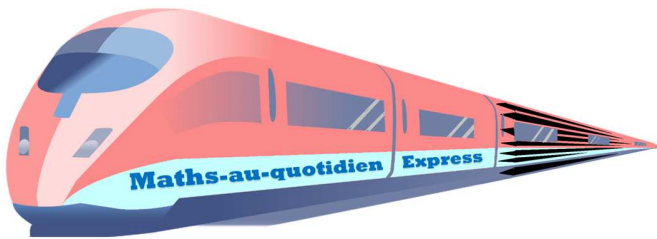
Lien avec Les maths au quotidien : transport.

On s'intéresse à la distance parcourue par un train en un temps donné, lorsqu'il se déplace sur un tronçon de ligne ferroviaire droite. Sur ce tronçon, le train a un mouvement rectiligne.

La position du train à l'instant t (où t est exprimé en s), exprimée en m, est décrite par son abscisse $x(t)$ sur un axe muni d'un repère $(O ; \vec{i})$.

La vitesse instantanée du train à l'instant t , exprimée en m.s^{-1} , est $v(t) = x'(t)$ et son accélération instantanée, exprimée en m.s^{-2} , est $a(t) = v'(t)$.

1. On suppose que lors des vingt premières secondes, la position du train est décrite par : $x(t) = \frac{t^3}{75} + \frac{t^2}{50}$.
 - a. Où se situe le train au temps $t = 0$?
 - b. Quelle distance, arrondie au dixième de mètre, aura-t-il parcourue au bout de ces vingt secondes ?
 - c. Pour tout $t \in [0 ; 20]$, déterminer $v(t)$ et $a(t)$. Préciser $v(20)$ en km.h^{-1} et $a(20)$ en m.s^{-2} .
 - d. Retrouver les courbes représentatives de x , v et a sur le graphique ci-contre :



2. Le train passe ensuite de $60,48 \text{ km.h}^{-1}$ (soit $16,8 \text{ m.s}^{-1}$) à 90 km.h^{-1} (soit 25 m.s^{-1}) en 20 s, avec une accélération **constante** a_0 . On se demande quelle distance il a parcourue pendant cette durée.
 - a. Montrer que $a_0 = 0,41 \text{ m.s}^{-2}$.
 - b. Proposer quelques fonctions v telles que, pour tout $t \in [20 ; 40]$, $v'(t) = a_0$.
 - c. Parmi ces fonctions, déterminer celle qui satisfait la contrainte $v(40) = 25$. On note cette fonction v_0 .
 - d. Proposer quelques fonctions x telles que, pour tout $t \in [20 ; 40]$, $x'(t) = v_0(t)$.
 - e. Répondre à la question posée en calculant $x(40) - x(20)$.
3. Le train roule ensuite à une vitesse constante égale 90 km.h^{-1} pendant 60 s.
 - a. Donner l'expression de $a(t)$ en m.s^{-2} , de $v(t)$ en m.s^{-1} , et une expression possible de $x(t)$ en m, pour tout $t \in [40 ; 100]$.
 - b. Quelle est la distance parcourue pendant cette minute ?