

# « ALLEZ CHEWIE, PASSE EN VITESSE LUMIERE »

Niveau : terminale S.

**Lien avec le programme** : calculer la dérivée de  $\sqrt{u}$ . Limite infinie d'une fonction en un point, d'une composée de deux fonctions. Asymptote parallèle à l'un des axes de coordonnées. Interpréter graphiquement les limites obtenues.

**Lien avec le programme de physique** : Temps et relativité restreinte.

**Lien avec Les maths au quotidien** : Astronomie.



Han Solo, Chewbacca et Princesse Leia sont à bord du Faucon Millenium et sont poursuivis par le vaisseau amiral de Dark Vador. Ils s'appêtent à passer en « vitesse lumière »...

La vitesse  $c$  de la lumière dans le vide intersidéral peuplé de vilains aliens est d'environ 300 000 km/s.

On prendra  $c = 300\,000$  km/s pour les calculs.

D'après la théorie de la relativité, si l'on voyage à une vitesse  $v$  comprise entre 0 et  $c$ , notre masse au repos va être

multipliée par  $\gamma(v) = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ .

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $\gamma$ , d'équation  $y = \gamma(v)$ , dans un repère orthogonal du plan.

- Calculer  $\gamma(v)$  pour  $v = 0,5$  km/s puis pour  $v = 10^5$  km/s.
- Calculer  $\lim_{v \rightarrow c} \gamma(v)$ . Qu'en déduit-on pour  $\mathcal{C}$  ?
  - Calculer la dérivée de  $\gamma$  et étudier ses variations sur l'intervalle  $[0 ; c[$ .
  - Déterminer une équation de la tangente  $\mathcal{D}$  à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse  $v = 0$ .
- Tracer sur le graphique en bas de page les droites d'équation  $y = 1$ ,  $v = c$  et la courbe  $\mathcal{C}$ .
- Leia, qui n'aime pas prendre trop de poids, se demande pour quelle vitesse sa masse est le double de celle au repos. Répondre à sa question.
  - À partir de quelle vitesse Leia verra-t-elle sa masse augmenter de 1 % ? Interpréter ce résultat, pour nous, pauvres Terriens, qui ne disposons pas de Faucon Millenium.

**Point info** : La fonction  $\gamma$  de la variable  $v$  s'appelle le facteur de Lorentz. Celui-ci s'applique également à la dilatation du temps (voir programme de physique) et la contraction des longueurs en relativité restreinte.

