

Pression atmosphérique

Niveau : terminale STI2D. Exercice 2 Bac Antilles Guyane juin 2017.

Lien avec le programme : suite, suite géométrique, seuil. Équation différentielle $y' + ay = b$, fonctions logarithme népérien et exponentielle, exponentielle de base a , algorithmique.

Lien avec Les maths au quotidien : Nature.



En 1648, Blaise Pascal a demandé à son beau-frère Florin Périer de mesurer la hauteur de mercure dans deux baromètres, l'un situé à Clermont-Ferrand et l'autre en haut de la montagne la plus proche, le Puy-de-Dôme.

Florin Périer a constaté que la hauteur de mercure dans le baromètre situé en haut du Puy-de-Dôme était inférieure à la hauteur de mercure dans le baromètre situé plus bas, à Clermont-Ferrand.

Cette expérience a permis de montrer que la pression atmosphérique diminue lorsque l'altitude augmente.

Dans cet exercice, la pression atmosphérique est exprimée en hectopascal (hPa).

On rappelle que la pression atmosphérique vaut 1 013,25 hPa au niveau de la mer.

Partie A : une règle simplifiée

Pour évaluer la pression atmosphérique, les alpinistes utilisent la règle simplifiée suivante : « la pression atmosphérique diminue de 0,11 hectopascal quand l'altitude augmente de 1 mètre ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant cette règle :

altitude (en mètre)	0	800	1 500	2 000
pression atmosphérique (en hPa)	1 013,25			

2. Pour tout entier naturel n , on note u_n la pression atmosphérique en hPa à l'altitude de n mètres calculée avec la règle simplifiée. Ainsi $u_0 = 1 013,25$.

a. Calculer u_1 et u_2 .

b. Justifier que la suite (u_n) n'est pas géométrique.

c. On admet que pour tout entier naturel n , $u_n = u_0 - 0,11n$.

En déduire l'altitude, exprimée en mètre, à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 950 hPa.

Partie B : la formule barométrique

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + 0,12y = 0$, où y est une fonction de la variable réelle x , définie et dérivable sur \mathbb{R} et y' est la fonction dérivée de y .

Pour de faibles valeurs de l'altitude, les scientifiques ont démontré que la fonction f qui, à l'altitude x en kilomètre, associe la pression atmosphérique en hPa est la solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 1 013,25$.

1. a. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E).

b. Démontrer que la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 1 013,25$ est la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = 1 013,25e^{-0,12x}$

2. En utilisant la fonction f :

a. Calculer une valeur approchée à 0,01 près de la pression atmosphérique à 150 mètres d'altitude.

b. Calculer l'altitude, arrondie au mètre, correspondant à une pression atmosphérique de 900 hPa.

3. On pose $v_n = f(n)$, pour tout entier naturel n . Justifier qu'avec ce modèle, la suite (v_n) est géométrique.

Partie C : la formule du nivellement barométrique

La formule de la partie B ne tient pas compte des changements de température et ne peut donc être utilisée que pour de faibles altitudes. Pour des altitudes plus élevées, on utilise la fonction p qui à l'altitude x en kilomètre associe la

pression atmosphérique en hPa : $p(x) = 1013,25 \left(1 - \frac{6,5x}{288,15}\right)^{5,255}$.

1. Calculer la pression atmosphérique (en hPa, arrondie à l'unité) au sommet de l'Everest, culminant à 8 848 mètres.
2. Recopier et compléter l'algorithme suivant en utilisant la fonction p , de façon à ce qu'il affiche en sortie l'altitude (estimée à 100 mètres près) à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 400 hPa.

```
A ← 0
P ← 1 013,25
Tant que ..... faire
  A ← A + 0,1
  P ← .....
Afficher .....
```

