

Les solides de Platon

Niveau : seconde, solides usuels, pyramide, sphère, manipuler, construire, représenter en perspective des solides, calculs de longueurs, d'aires et de volumes.

TP en demi-classe pour les constructions informatiques, avec le logiciel Geospace, calculs mathématiques en devoir en temps libre.

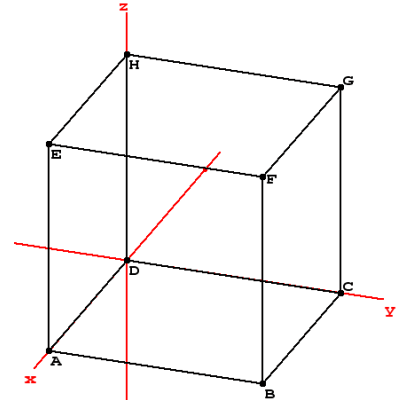
Lien avec *Les maths au quotidien* : thème Les solides de Platon.

I- Construction et manipulation avec le logiciel Geospace.

A- Cube et octaèdre.

1. Ouvrir le fichier Cube.

Le polyèdre ABCDEFGH que vous avez sous les yeux est un cube de côté mesurant une unité de longueur. Son nom dans Geospace est Kub.



2. a. Placer les points I, J, K, L, M, N centres des six faces du cube Kub et créer le polyèdre de sommets I, J, K, L, M, N et le nommer Octa.

b. Hachurer le polyèdre Octa dans une couleur sympa. Quelle est la forme de ses faces ?

c. Le polyèdre Octa est appelé octaèdre. Que signifie le préfixe octa ? le suffixe èdre ?

3. a. Remplir le tableau suivant :

	nombre f de faces	nombre a d'arêtes	nombre s de sommets	$f + s - a$
Cube				
Octaèdre				

4. a. Créer les points $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$ centres de gravité des faces de l'octaèdre Octa. Créer le polyèdre de sommets $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$ et le nommer Bob. Enlever les hachures de Octa et hachurer Bob.

b. Quelle sorte de polyèdre est Bob ?

On dit que le cube et l'octaèdre sont dual l'un de l'autre.

5. « Créer » avec le logiciel l'aire et le volume de Kub et Octa (donner des noms de votre choix) et les afficher (approximations à 3 décimales).

6. Créer la sphère Sfer, circonscrite à l'octaèdre Octa. Hachurez-là, « créer » et afficher son volume (approximation à 3 décimales).

B- Tétraèdre et tétraèdre.

Ouvrir le fichier Tetra.

Le polyèdre ABCD que vous avez maintenant sous les yeux est un tétraèdre régulier, de côté mesurant une unité de longueur.

1. a. Que signifie le préfixe tétra ?

b. Remplir le tableau suivant :

	nombre f de faces	nombre a d'arêtes	nombre s de sommets	$f + s - a$
Tétraèdre				

2. « Créer » l'aire et le volume du tétraèdre et les afficher (donner des noms de votre choix).

3. Construire avec le logiciel les points E, F, G et I centres des faces du tétraèdre et construire le polyèdre EFGI, nommé Kad. Quelle est la nature du polyèdre Kad ?

Le tétraèdre régulier est son propre dual.

C- Dodécaèdre et icosaèdre.

Ouvrir le fichier Dodeca.

Le polyèdre « noir » que vous avez maintenant sous les yeux est un dodécaèdre régulier.

Le polyèdre « rouge » dont les sommets sont les centres des faces du dodécaèdre est un icosaèdre régulier.

Ouvrir le fichier Icosa.

Le polyèdre « vert » dont les sommets sont les centres des faces de l'icosaèdre est un dodécaèdre régulier.

On dit que le dodécaèdre et l'icosaèdre sont dual l'un de l'autre.

1. a. Que signifient les préfixes dodéca et icosa ?

b. Remplir le tableau suivant :

	nombre f de faces	nombre a d'arêtes	nombre s de sommets	$f + s - a$
dodécaèdre				
icosaèdre				

2. Avec le logiciel, on va créer dans l'un des fichiers Dodeca et Icosa un patron du dodécaèdre Dod ou de l'icosaèdre Ico. On le mettra bien de face en mettant un plan de face.

On va ici faire une construction pour obtenir un patron de manière dynamique.

- Créer tout d'abord une variable numérique libre g dans l'intervalle $[0 ; 1]$.
- Créer un patron (coefficient d'ouverture g). Appeler ce patron Pat.
- Déplier le patron de manière dynamique en « pilotant » la variable g au clavier.
- Hachurer le patron et le mettre à plat.

D- Solides de Platon et relation d'Euler.

Il n'existe que cinq polyèdres réguliers convexes :

Le tétraèdre régulier, le cube, l'octaèdre régulier, le dodécaèdre régulier et l'icosaèdre régulier.

Pour chacun d'eux, si on note f le nombre de faces, a le nombre d'arêtes et s le nombre de sommets, on obtient la relation $f + s - a = \dots$ (appelée relation d'Euler).

II- Calculs géométriques (à réaliser sur une copie).

On rappelle que le cube Kub et le tétraèdre ABCD ont des arêtes mesurant une unité de longueur.

On prendra dans cette partie 5 cm comme unité.

A- Cube et octaèdre.

- Calculer l'aire du cube Kub ainsi que son volume.
- Représenter (de face) la section du cube et de l'octaèdre par le plan parallèle au plan (ABC) passant par O.
 - Calculer la longueur des arêtes de l'octaèdre Octa.
- Représenter (de face) une face de l'octaèdre.
 - Calculer l'aire totale de l'octaèdre, ainsi que son volume.
- Calculer l'aire et le volume de la sphère Sfer.
- Déterminer, en pourcentage, le taux de remplissage de l'octaèdre Octa dans sa sphère circonscrite Sfer.

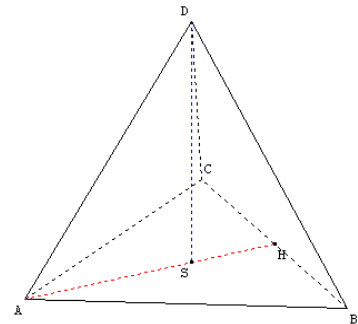
B- Tétraèdre et tétraèdre.

La hauteur du tétraèdre de base ABC est SD où S est le centre de gravité du triangle ABC. Soit H le pied de la médiane du triangle ABC issue de A.

- Calculer AH puis AS. En déduire la hauteur SD du tétraèdre.
 - Calculer l'aire totale du tétraèdre et son volume.
- Représenter en perspective cavalière un tétraèdre régulier de côté mesurant

5 cm, d'angle de fuite 45° et de coefficient de réduction $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(On pourra mettre le plan contenant la droite (BC) et parallèle à (SD) de face).



AIDE GEOSPACE

tâche	aide
Afficher le repère, modifier l'unité, mettre un plan de face, ouvrir la boîte de styles...	Voir les différentes icônes sous la barre des menus. Passer le curseur de la souris sur chaque icône.
Créer un objet (point, solide, nombre, affichage...). En particulier : Créer un point (donné par ses coordonnées, milieu, centre de gravité...) Créer une longueur, une aire, un volume.	Menu « Créer ». « Créer », « Point »... « Créer », « Numérique », « Calcul géométrique »...
Créer un objet de même nature que le précédent.	Icône « bis » dans la barre d'icônes.
Hachurer ou enlever les hachures d'un objet.	Regarder dans la boîte de styles de la barre d'icônes.
Piloter une variable au clavier.	Menu « Piloter », puis « Piloter au clavier », choisir la variable et utiliser les flèches « haut » et « bas ».
Déplacer un objet sur la page.	Touche Ctrl et clic droit.