

TP Alerte à Malibu

Niveau : seconde, en demi-classe, avec le logiciel GeoGebra (durée 1 h, prolongement en DTL).

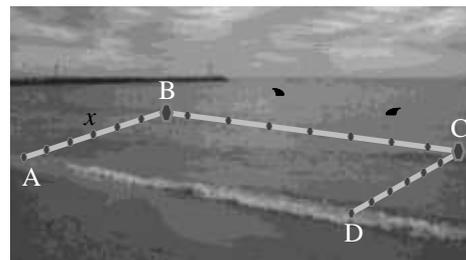
Lien avec le programme : fonction, ensemble de définition, variations, tableau de valeurs, courbe repr., extremum.

Lien avec *Les maths au quotidien* : Loisirs / Alerte à Malibu.

Sur une plage de Malibu, le maître-nageur Mitch BUKANOUILLE utilise une corde de 160 mètres de longueur et deux bouées pour délimiter une zone de baignade de forme rectangulaire. Il se demande où placer les bouées pour que la zone de baignade ait la plus grande aire possible.

Soit ABCD un rectangle modélisant cette zone de baignade.

On note x la longueur AB, en mètres.

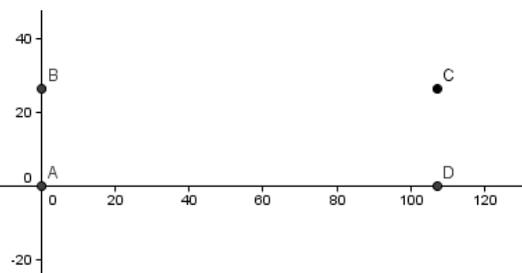


A- Questions préliminaires

- Dans quel intervalle x varie-t-elle ?
- Écrire la longueur BC en fonction de x .

B- Partie construction

Ouvrir le logiciel GeoGebra. L'axe des abscisses modélise le bord de mer. On ajustera la fenêtre d'affichage chaque fois que nécessaire.



- Construire un curseur où le paramètre a varie de 0 à 80.
- Soit a un réel compris entre 0 et 80. On souhaite construire des points dans le repère du logiciel comme sur la figure ci-contre, tels que $AB = CD = a$ et $AD = BC = 160 - 2a$. Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D, puis les construire avec le logiciel.
- Construire le rectangle ABCD (le logiciel affiche automatiquement les longueurs des côtés et l'aire de ABCD).
- Faire varier a et conjecturer la valeur de a rendant l'aire du rectangle ABCD maximale. Quelles sont alors les dimensions du rectangle ABCD ?

C- Partie étude de fonction

- Rappeler dans quel intervalle I se situe la variable x .
- Rappeler, en fonction de x , la longueur et la largeur de la zone de baignade, puis calculer son aire.

On appellera f la fonction qui à x appartenant à $[0 ; 80]$ associe l'aire, en m^2 , de la zone de baignade.

- Compléter le tableau suivant à l'aide d'un tableur (GeoGebra, calculatrice, Excel...) :

| x | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|--------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $f(x)$ | | | | | | | | | |

- Tracer la courbe représentative de f sur votre feuille en vous aidant d'un tracé obtenu avec GeoGebra ou votre calculatrice. On ajustera l'échelle sur les axes.
- D'après le graphique, pour quelle valeur de x l'image $f(x)$ est-elle la plus grande ? On notera x_0 cette valeur.
- Montrer que $f(x_0) - f(x) = 2(x - 40)^2$. En déduire que pour tout x de $[0 ; 80]$ $f(x_0) \geq f(x)$.
- Répondre au problème de Mitch.

LAIDE GEOGEBRA

| Tâche à accomplir | Aide |
|---|---|
| Ajuster la fenêtre d'affichage (déplacer, zoomer...). | Icône « Déplacer Graphique » du menu déroulant. |
| Créer un curseur. | Icône du menu puis cliquer sur la feuille de travail. |
| Créer un point défini par ses coordonnées. | Point = (abscisse , ordonnée). |
| Entrer l'expression d'une fonction définie sur l'intervalle $[a ; b]$. | Dans la fenêtre de saisie en bas, taper : $f =$ fonction[expression en fonction de x, a, b] |
| Ajuster l'échelle sur les axes. | Clic droit sur la feuille de travail, puis axeX : axeY, puis choisir une échelle adaptée. |