

# Loi de Benford

**Niveau :** terminale technologique ou générale (spécialité, Maths Complémentaires).

**Lien avec le programme :** Variable aléatoire discrète, logarithme népérien. Compétence « Modéliser », valider ou invalider un modèle.

**Lien avec Les maths au quotidien :** Société. Voir « Loi de Benford » dans l'ouvrage p. 243.

Dans cet exercice, on considère le premier chiffre des entiers naturels non nuls, en écriture décimale. Par exemple, le premier chiffre de 2 021 est 2 et le premier chiffre de 95 est 9.

Dans certaines circonstances, le premier chiffre d'un nombre aléatoire non nul peut être modélisé par une variable aléatoire  $X$  telle que pour tout entier  $c$  compris entre 1 et 9,  $P(X = c) = \frac{\ln(c+1) - \ln(c)}{\ln(10)}$ .

Cette loi est appelée loi de Benford.

1. Que vaut  $P(X = 1)$  ?
2. On souhaite examiner si la loi de Benford est un modèle valide dans deux cas particuliers.

**a. Premier cas**

Un fichier statistique de l'INSEE indique la population des communes en France au 1er janvier 2016 (champ : France métropolitaine et départements d'outre-mer de la Guadeloupe, de la Guyane, de la Martinique et de la Réunion).

À partir de ce fichier, on constate qu'il y a 36 677 communes habitées.

Parmi elles, il y a 11 094 communes dont la population est un nombre qui commence par le chiffre 1.

Cette observation vous semble-t-elle compatible avec l'affirmation : « le premier chiffre de la population des communes en France au 1<sup>er</sup> janvier 2016 suit la loi de Benford » ?

**b. Deuxième cas**

Pour chaque candidat au baccalauréat de la session 2017, on considère sa taille en centimètres.

On désigne par  $X$  la variable aléatoire égale au premier chiffre de la taille en centimètres d'un candidat pris au hasard.

La loi de Benford vous semble-t-elle une loi adaptée pour  $X$  ?

