

# L'erreur du procureur-2

**Niveau** : première générale, terminale générale (spécialité. Maths complémentaires) ou technologique.

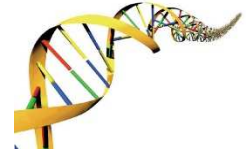
**Lien avec le programme** : probabilité, conditionnement.

**Lien avec Les maths au quotidien** : Société.

**Source** : finestat.free.fr

L'énoncé ci-dessous repose sur un fait réel qui s'est passé aux États-Unis en 2006 (rapporté par Franck Duckworth, "*Lies and statistics*", *Teaching Statistics*, 2006, 28-2, p. 34-39).

Il s'agit, lors d'un procès, d'interpréter les résultats d'un test ADN suite à un viol.



Mme X a été violée ; des analyses ADN fournissent le profil ADN du violeur.

On fait le test ADN sur M. Y et on trouve le même profil ADN que celui du violeur. Le test n'est pas fiable à 100 %. Le laboratoire d'analyse précise en dessous des résultats : "la probabilité qu'un innocent ait le même profil ADN que celui du violeur est de 1 sur 3 millions."

Mme X ne reconnaît pas M. Y comme son agresseur ; pourtant, le procureur le condamne puisque, dit-il, "la probabilité que M. Y soit innocent est de 1 sur 3 millions."

L'avocat de M. Y conteste l'argument du procureur : "il ne faut pas confondre la probabilité qu'un innocent ait le même profil ADN que le violeur avec la probabilité qu'une personne ayant le même profil ADN que le violeur soit innocente".

M. Y fait appel mais, finalement, sur les conseils de son avocat, plaide coupable en appel.



**Problématique : Que pensez-vous de ce débat ?**

On pourra noter :

$I$  l'évènement : « M. Y est a priori innocent »

$A$  l'évènement : « le profil ADN de M. Y est a priori le même que celui du violeur »

(Évènements considérés lors de son interpellation, avant les analyses).

On pourra :

- Poser  $x$  la probabilité de  $I$  (appelée probabilité a priori de  $I$ )

- Chercher la probabilité conditionnelle de  $I$  sachant  $A$  (probabilité a posteriori de  $I$ ), probabilité tenant compte de l'information  $A$ , et montrer que  $P_A(I) = \frac{x}{x + 3\,000\,000(1-x)}$

- tester quelques valeurs de  $x$  en sachant que le nombre de viols déclarés annuellement aux États-Unis est de l'ordre de 30 pour 100 000 habitants, soit un taux de 0,0003. Le taux de viols pour 100 000 hommes « en âge de commettre un viol » est donc bien plus important, certainement de l'ordre de 0,001.