

# Dépense minimale

**Niveau** : terminale technologique, avec la feuille de calcul Excel et le fichier GeoGebra joints, projetés avec un vidéoprojecteur.

**Lien avec le programme** : Thèmes d'étude : optimisation linéaire et régionalisation du plan. Modélisation et simulation. Résoudre graphiquement une inéquation du type  $f(x) < k$ . Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) ; tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur ; isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs sur des exemples internes aux mathématiques ou issus des autres disciplines ; effectuer une application numérique d'une formule (notamment pour les formules utilisées dans les autres disciplines) ; Activité de programmation, tableur.

**Lien avec *Les maths au quotidien*** : Porte-monnaie.

Le gérant d'un hôtel doit renouveler une partie du linge de toilette de son établissement. Il a besoin de 90 draps de bain, 240 serviettes et 240 gants de toilette.

Ses deux fournisseurs lui proposent :

- Fournisseur 1 : un lot de 2 draps de bain, 4 serviettes et 8 gants de toilette pour 40 €.
- Fournisseur 2 : un lot de 3 draps de bain, 12 serviettes et 6 gants de toilette pour 80 €.

Le but de ce travail est de déterminer le nombre  $x$  de lots que le gérant va acheter au fournisseur 1 et le nombre  $y$  de lots qu'il va acheter au fournisseur 2, afin que la dépense soit minimale.

## Partie 1 : détermination des contraintes

1. Déterminer, à l'aide d'un tableau, le système des contraintes correspondant à ce problème. **C2**

2. Montrer que ce système est équivalent, pour  $x$  et  $y$  entiers, au système  $\mathcal{P}$  : **C4**

$$\mathcal{P} : \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \geq 90 \\ x + 3y \geq 60 \\ 4x + 3y \geq 120 \end{cases}$$

3. Exprimer en fonction de  $x$  et  $y$  la dépense  $d$  correspondant à l'achat de  $x$  lots au fournisseur 1 et  $y$  lots du fournisseur 2. **C2**

## Partie 2 : utilisation d'une feuille de calcul

Le gérant décide d'utiliser un tableur pour déterminer le couple  $(x ; y)$  qui lui fournira la dépense minimale. On donne en haut de la page suivante la feuille de calcul qu'il utilise.

Dans cette feuille de calcul :

$x$  apparaît dans la colonne A et  $y$  dans la ligne 1.

La colonne A a d'ailleurs été nommée  $x$  et la ligne 1 a été nommée  $y$  afin que ces deux lettres puissent être utilisées dans les formules.

Dans la cellule B2, le gérant a inscrit une formule qui :

- calcule la dépense pour  $x$  lots du fournisseur 1 et  $y$  lots du fournisseur 2 achetés, si le couple  $(x ; y)$  satisfait aux contraintes ;
- laisse la cellule vide si le couple  $(x ; y)$  ne satisfait pas aux contraintes.

Le gérant a ensuite étiré sa formule vers le bas puis vers la droite à l'aide de la poignée de recopie.

1. Recopier et compléter la formule inscrite par le gérant en B2 :

= SI(((2\*x+3\*y>=90)\*ET( .....)\*ET( .....)) ; ..... ; " ") **C1**

2. À l'aide de la feuille de calcul, fournir la dépense minimale et indiquer les valeurs de  $x$  et  $y$  correspondantes. **C1**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
1	x \ y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
2	0																								
3	1																								
4	2																								
5	3																								
6	4																								
7	5																								
8	6																								
9	7																								
10	8																								
11	9																								
12	10																								
13	11																								
14	12																								
15	13																								2360
16	14																								2320 2400
17	15																								2200 2280 2360 2440
18	16																								2240 2320 2400 2480
19	17																								2200 2280 2360 2440 2520
20	18																								2160 2240 2320 2400 2480 2560
21	19																								2200 2280 2360 2440 2520 2600
22	20																								2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640
23	21																								2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680
24	22																								2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720
25	23																								2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760
26	24																								2080 2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800
27	25																								2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840
28	26																								2080 2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880
29	27																								2040 2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920
30	28																								2080 2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960
31	29																								2040 2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000
32	30																								2000 2080 2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040
33	31																								2040 2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080
34	32																								2080 2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040 3120
35	33																								2040 2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080 3160
36	34																								2080 2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040 3120 3200
37	35																								2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080 3160 3240
38	36																								2080 2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040 3120 3200 3280
39	37																								2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080 3160 3240 3320
40	38																								2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040 3120 3200 3280 3360
41	39																								2120 2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080 3160 3240 3320 3400
42	40																								2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040 3120 3200 3280 3360 3440
43	41																								2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080 3160 3240 3320 3400 3480
44	42																								2160 2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040 3120 3200 3280 3360 3440 3520
45	43																								2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080 3160 3240 3320 3400 3480 3560
46	44																								2240 2320 2400 2480 2560 2640 2720 2800 2880 2960 3040 3120 3200 3280 3360 3440 3520 3600
47	45																								2200 2280 2360 2440 2520 2600 2680 2760 2840 2920 3000 3080 3160 3240 3320 3400 3480 3560 3640

### Partie 3 : méthode graphique

- Dans un repère du plan, déterminer graphiquement l'ensemble des points  $M(x ; y)$  du plan dont les coordonnées vérifient le système  $\mathcal{S}$  de la partie 1. On tracera les droites et on hachurera les demi-plans qui ne conviennent pas. **C3**
- Déterminer une équation de la droite  $\mathcal{D}$  correspondant à une dépense  $d$  de 5 500 €. **C1**
  - Représenter  $\mathcal{D}$  dans le repère précédent. **C3**
- Déterminer graphiquement le couple à coordonnées entières qui assurera la dépense minimale (préciser la méthode utilisée). **C1**
  - Quelle est alors la dépense en euros ? **C4**

Dans ce document apparaissent en particulier les compétences du lycée :

**C1 - Chercher ; C2 - Modéliser ; C3 – Représenter ; C4 – Calculer ;**