

Étude d'une courbe de Bézier

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points P_0 de coordonnées $(0 ; 6)$, P_1 de coordonnées $(2 ; 0)$ et P_2 de coordonnées $(4 ; 6)$.

Pour t réel dans l'intervalle $[0 ; 1]$, on nomme :

- $M_1(t)$ barycentre du système de points pondérés $(P_0 ; 1 - t)$ et $(P_1 ; t)$.
- $M_2(t)$ barycentre du système de points pondérés $(P_1 ; 1 - t)$ et $(P_2 ; t)$.
- $M(t)$ barycentre de $(M_1(t) ; 1 - t)$ et $(M_2(t) ; t)$.

On s'intéresse à la courbe, notée \mathcal{C} , décrite par les points $M(t)$ quand t varie dans l'intervalle $[0 ; 1]$.

Partie A

1. Réaliser la figure avec un logiciel de géométrie dynamique comme Geoplan.

Tracer les droites (P_0P_1) et (P_1P_2) , puis faire apparaître le lieu décrit par le point $M(t)$ lorsque t varie dans $[0 ; 1]$.

Appeler le professeur pour lui montrer le lieu du point M

2. Quelle semble être la position des droites (P_0P_1) et (P_1P_2) par rapport au lieu obtenu ?

3. Sur quelle courbe semble se déplacer le point $M(t)$? Étayer votre réponse à l'aide du logiciel.

Appeler le professeur pour lui annoncer les conjectures et décrire la démarche

Partie B

4. Déterminer en fonction de t les coordonnées des points $M_1(t)$, $M_2(t)$ et $M(t)$.

5. Valider ou invalider la conjecture mise à la question 3.

Donner l'expression analytique du lieu du point $M(t)$.

AIDE GEOPLAN

Tâche	Commande GEOPLAN
Créer un point repéré dans le plan	Aller dans le menu : Créer/point...
Créer une variable numérique	Aller dans le menu : Créer/numérique...
Créer un barycentre	Aller dans le menu : Créer/point...
Créer une droite	Aller dans le menu : Créer/ligne...
Supprimer ou modifier un objet créé	Aller dans le menu : Divers
Créer une trace	Aller dans le menu : afficher, sélection trace puis bouton T ou T_si
Créer un lieu	Aller dans le menu : Créer/ligne/courbe/lieu d'un point

La courbe \mathcal{C} est la courbe de Bézier (de degré 2) associée aux points de contrôle P_0 , P_1 et P_2 . Voir l'ouvrage *Les maths au quotidien* : Représentations visuelles / Courbes de Bézier et Transports / Courbes de Bézier.