

Alcoolémie

Niveau : terminale générale, spécialité.

Lien avec le programme : étude d'une fonction, fonction exponentielle, limite d'une fonction, limite de $\exp(t)/t$ en $+\infty$, fonction e^u , propriétés algébriques de \exp .

Lien avec Les maths au quotidien : Santé, Transport.

Inspiré de « Baccalauréat S Polynésie » 10 juin 2016

L'alcoolémie est la quantité d'alcool pur par litre de sang : elle s'exprime en grammes par litre et évolue au cours du temps, depuis l'ingestion, puis l'absorption rapide par nos organes digestifs et l'élimination lente par le foie.

Il est établi que l'alcoolémie varie selon :

- la quantité d'alcool pur ingérée
- le sexe : la femme est plus sensible que l'homme
- la masse corporelle
- la consommation à jeun ou au cours d'un repas

Remarque : une même dose n'a pas le même effet sur chacun suivant également des prédispositions génétiques, l'état général de la personne : fatigue, maladie, d'éventuels médicaments absorbés. Dans la suite, on considère les personnes en pleine forme et on néglige ces derniers critères.

L'alcoolémie maximale d'un quidam qui a bu une dose d'alcool (en une seule fois) à jeun, est souvent approchée par la formule de Widmark :

$$\text{Alcoolémie maximale} = \frac{\text{quantité d'alcool pur ingéré (en g)}}{\text{masse corporelle (en kg)} \times K}$$

avec K coefficient de diffusion : 0,7 pour les hommes et 0,6 pour les femmes.

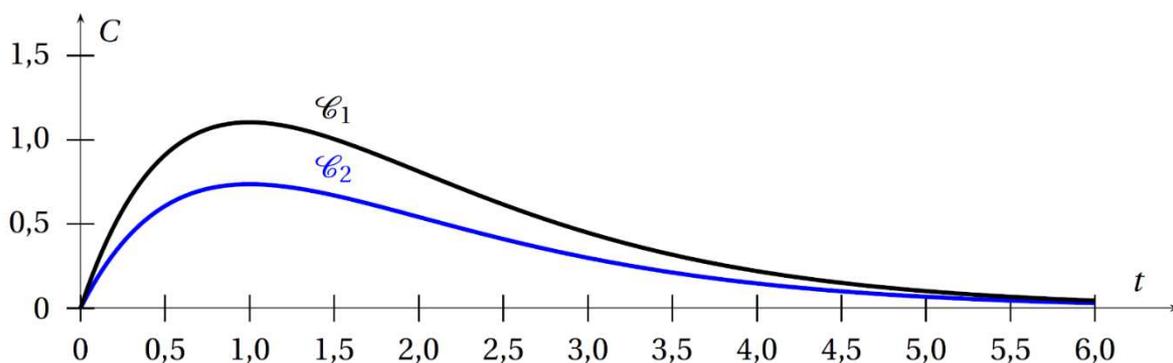
Partie A

On considère deux personnes de même sexe P_1 et P_2 de masses différentes, et ayant bu la même quantité d'alcool au même moment, à jeun.

Voici deux courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 qui donnent, respectivement pour P_1 et P_2 , son alcoolémie C en fonction du temps t .

L'instant $t = 0$ correspond au moment où les deux individus ingèrent l'alcool.

C est exprimée en gramme par litre et t en heure.



1. Comment s'explique la différence d'alcoolémie au cours du temps de P_1 et P_2 ?
2. La fonction C est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et on note C' sa fonction dérivée. À un instant t positif ou nul, la vitesse d'apparition d'alcool dans le sang est donnée par $C'(t)$. À quel instant cette vitesse est-elle maximale ?
3. Sur le graphique précédent, identifier la courbe correspondant à la personne la plus massive. Justifier votre choix.
4. On admet que la concentration C d'alcool dans le sang d'un type à jeun qui a absorbé de l'alcool peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(t) = Ate^{-t}$, où A est une constante positive qui dépend de la masse du type et de la quantité d'alcool absorbée.
 - a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Déterminer $f'(0)$.
 - b. L'affirmation suivante est-elle vraie ?
« À quantité d'alcool absorbée égale, plus A est grand, plus l'homme est massif. »

Partie B - Un cas particulier

- Paul, étudiant de 19 ans de corpulence moyenne et jeune conducteur, boit deux verres de rhum en apéritif. La concentration C d'alcool dans son sang est modélisée en fonction du temps t , exprimé en heure, par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = 2te^{-t}$.
- Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
- À quel instant la concentration d'alcool dans le sang de Paul est-elle maximale ? Quelle est alors sa valeur ? Arrondir à 10^{-2} près.
- Déterminer la limite de $f(t)$ en $+\infty$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
 - Dresser le tableau de variation de f .
- Paul veut savoir au bout de combien de temps il peut prendre sa voiture. On rappelle que la législation autorise une concentration maximale d'alcool dans le sang de $0,2 \text{ g.L}^{-1}$ pour un jeune conducteur. À l'aide votre calculatrice et en expliquant votre démarche, déterminer la durée minimale que Paul doit attendre avant de pouvoir prendre le volant en toute légalité. Donner le résultat arrondi à la dizaine de minutes supérieure.
- La concentration minimale d'alcool détectable dans le sang est estimée à $5 \times 10^{-3} \text{ g.L}^{-1}$.
 - Justifier qu'il existe un instant T à partir duquel la concentration d'alcool dans le sang n'est plus détectable.
 - On donne l'algorithme suivant où f est la fonction définie par $f(t) = 2te^{-t}$. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en exécutant cet algorithme. Arrondir les valeurs à 10^{-2} près.



```

t ← 3,5
p ← 0,25
C ← 0,21
Tant que C > 5×10-3 faire :
    t ← t + p
    C ← f(t)
Afficher t
  
```

	Initialisation	Étape 1	Étape 2
p	0,25		
t	3,5		
C	0,21		

Que représente la valeur affichée par cet algorithme ?