

# TAUX D'HÉMATOCRITE

(baccalauréat Asie juin 2014)

**Niveau :** devoir en temps libre, term S.

**Lien avec le programme :** loi normale, probabilités conditionnelles, intervalle de fluctuation asymptotique.

**Lien avec *Les maths au quotidien* :** Santé.

Le taux d'hématocrite est le pourcentage du volume de globules rouges par rapport au volume total du sang. On note  $X$  la variable aléatoire donnant le taux d'hématocrite d'un adulte choisi au hasard dans la population française. On admet que cette variable suit une loi normale de moyenne  $\mu = 45,5$  et d'écart-type  $\sigma$ .

## Partie A

On note  $Z$  la variable aléatoire  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 45,5}{\sigma}$ .

1. a. Quelle est la loi de la variable aléatoire  $Z$  ?

b. Déterminer  $P(X \leq \mu)$ .

2. En prenant  $\sigma = 3,8$ , déterminer  $P(37,9 \leq X \leq 53,1)$ . Arrondir le résultat au centième.

## Partie B

Une certaine maladie  $V$  est présente dans la population française avec la fréquence 1 %.

On sait d'autre part que 30 % de la population française a plus de 50 ans, et que 90 % des porteurs de la maladie  $V$  dans la population française ont plus de 50 ans. On choisit au hasard un individu dans la population française.

On note  $\alpha$  l'unique réel tel que  $P(X \leq \alpha) = 0,995$ , où  $X$  est la variable aléatoire définie au début de l'exercice. On ne cherchera pas à calculer  $\alpha$ .

On définit les évènements :

$M$  : « l'individu est porteur de la maladie  $V$  » ;

$S$  : « l'individu a plus de 50 ans » ;

$H$  : « l'individu a un taux d'hématocrite supérieur à  $\alpha$  ».

Ainsi  $P(M) = 0,01$ ,  $P_M(S) = 0,9$  et  $P(H) = P(X > \alpha)$ .

D'autre part, une étude statistique a révélé que 60 % des individus ayant un taux d'hématocrite supérieur à  $\alpha$  sont porteurs de la maladie  $V$ .

1. a. Déterminer  $P(M \cap S)$ .

b. On choisit au hasard un individu ayant plus de 50 ans. Montrer que la probabilité qu'il soit porteur de la maladie  $V$  est égale à 0,03.

2. a. Calculer la probabilité  $P(H)$ .

b. L'individu choisi au hasard a un taux d'hématocrite inférieur ou égal à  $\alpha$ . Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie  $V$ . Arrondir au millième.

## Partie C

Le but de cette partie est d'étudier l'influence d'un gène sur la maladie  $V$ .

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de la maladie  $V$  dans les échantillons de taille 1 000, prélevés au hasard et avec remise dans l'ensemble de la population française. On arrondira les bornes de l'intervalle au millième.

2. Dans un échantillon aléatoire de 1 000 personnes possédant le gène, on a trouvé 14 personnes porteuses de la maladie  $V$ . Au regard de ce résultat, peut-on décider, au seuil de 95 %, que le gène a une influence sur la maladie ?

