

Exercices : conversion d'une image en niveaux de gris

Niveau : Term STD2A

Prérequis : activités 1 et 2.

Lien avec le programme : fonctions $x \mapsto x^\gamma$ où γ est un nombre réel positif, positions relatives des courbes représentatives, fonctions polynômes de degré trois.

Exercice 1 : la correction du gamma

Nous avons parlé dans l'activité 1 de la « correction du gamma ».

Tout d'abord, vous avez découvert cette année les fonctions $x \mapsto x^\gamma$ (se lit « x exposant gamma »), définies sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$, où γ n'est plus nécessairement un entier mais un nombre réel positif.

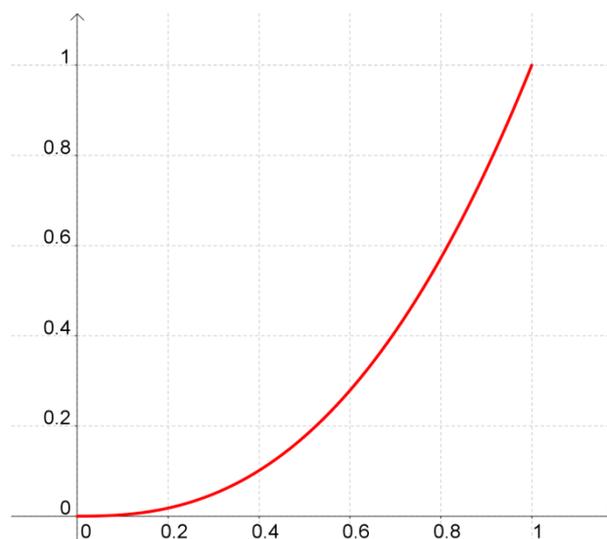
1. Pour quelles valeurs de γ ces fonctions, définies sur $[0 ; 1]$ sont-elles des fonctions de transfert assombrissant une image ? Expliquer.
2. On prend ici comme fonction de transfert $f : x \mapsto x^{2.5}$. La valeur x de la couleur d'un pixel d'une image est donc transformée en la valeur $f(x)$. Si la valeur x diminue de moitié, de quel pourcentage diminue la valeur $f(x)$ de la couleur du même pixel ?
3. On prend ici comme fonction de transfert $f : x \mapsto x^{2.5}$ qui assombrit une image. Quelle fonction de transfert permet de rétablir l'image initiale* ?

Le « gamma » est une caractéristique des moniteurs vidéo à reproduire les images plus contrastées et plus sombres que celles qu'on leur soumet en entrée. Cette « anomalie » provient à l'origine du fait que la luminosité émise par les luminophores d'un tube cathodique n'est pas proportionnelle à la tension électrique appliquée dans le tube. De façon plus précise, si par exemple 1 volt produit du blanc, c'est-à-dire une valeur de couleur égale à 1, alors x volt produit une valeur de couleur égale à $x^{2.5}$.

D'après la question 2., si une tension de 1 volt donne le blanc, c'est-à-dire la valeur maximal de 100 %, une tension moyenne de 0,5 volt ne donnera pas une valeur de 50 % comme on pourrait l'espérer mais une valeur bien plus faible.

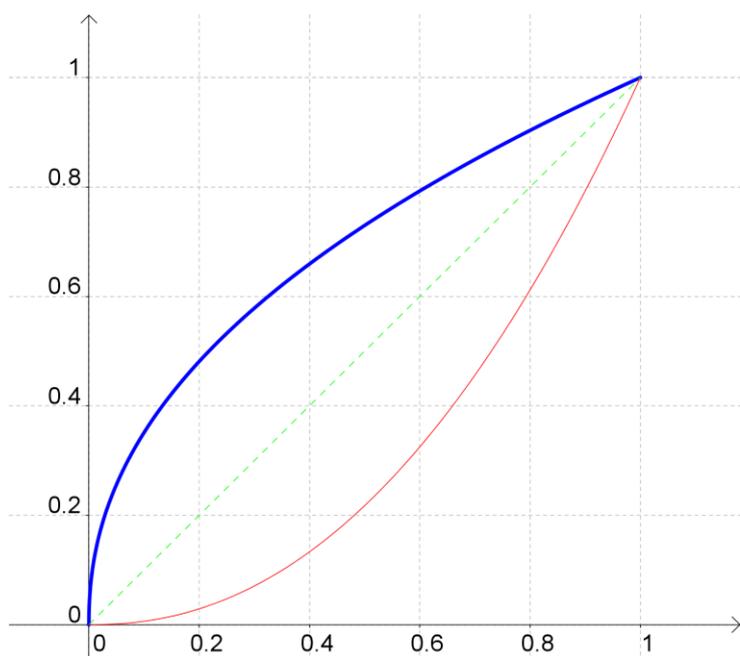
Le gamma du moniteur n'est pas une propriété décidée par les constructeurs ou une réponse à un standard, c'est une contrainte incontournable liée aux lois naturelles de la physique.

Courbe de transfert du « gamma »



Dès la création de la télévision, les ingénieurs ont compris qu'il ne serait pas judicieux d'installer un dispositif de compensation dans les téléviseurs pour corriger ce problème de gamma car leurs prix s'en seraient fortement ressentis alors que leur nombre allait augmenter de façon exponentielle dans les années futures. Le plus simple, à l'époque, était de traiter le problème à la source, c'est à dire à l'intérieur même de la caméra vidéo. Pour corriger les atténuations de luminosité que produit le moniteur, il suffit d'appliquer une suramplification sur les niveaux de gris au sein même de la caméra. On appelle ce dispositif la correction du gamma. La correction du gamma des images dès la source est donc devenue le flux standard en vidéo et par extension, il s'est propagé dans le domaine de l'informatique puis de la photographie numérique. Le gamma standard actuel a une valeur de 2,2 (norme sRGB).

Pour corriger ce gamma, on va donc appliquer aux valeurs de gris de l'image source la fonction de transfert $x \mapsto x^{\frac{1}{2.2}}$ qui est l'inverse de la fonction $x \mapsto x^{2.2}$.



En bleu, la courbe de transfert associée à la correction du gamma.



image sans correction gamma



image avec correction gamma

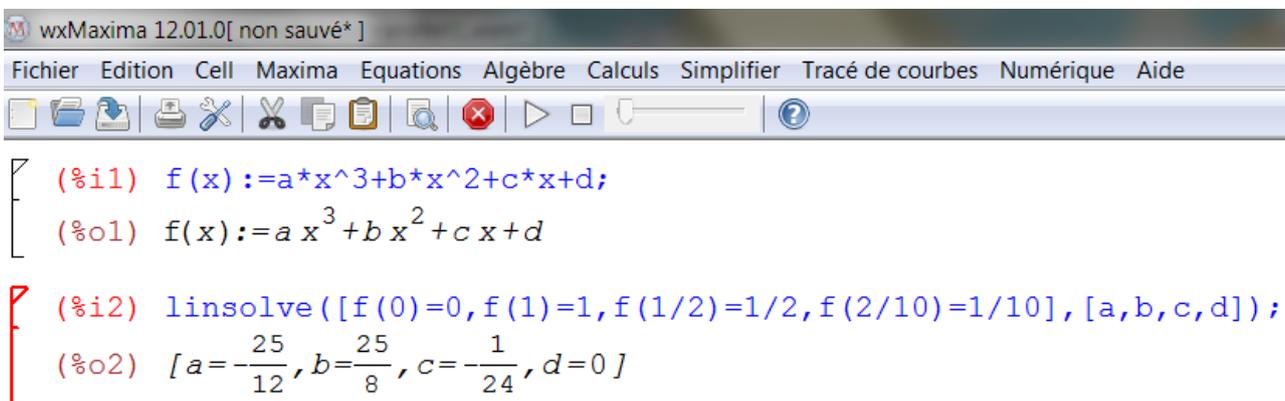
Puisque la courbe de transfert est appliquée de façon automatique sur l'ensemble des images dès la source, l'utilisateur n'a pas à se préoccuper de cette correction gamma sur ses images. Par contre, il devra vérifier que son écran propose bien un gamma standard de 2,2. Bien que la plupart des écrans LCD aient un gamma naturel de 2,2, il peut y avoir une petite dérive qu'il est facile de corriger lors de l'étalonnage de l'écran. Les écrans cathodiques quant à eux ont un gamma naturel de 2,5, il est donc indispensable d'étalonner leur gamma vers 2,2.

Exercice 2 : à propos de fonction de transfert accentuant de contraste

On a vu dans l'exercice 4 de l'activité 2 des courbes de fonctions de transfert accentuant le contraste. Étant donné l'allure des courbes représentatives des fonctions polynômes de degré 3, certaines sont candidates à être des fonctions de transfert accentuant le contraste.

Voici deux exemples de fonctions obtenues avec le logiciel de calcul formel Maxima.

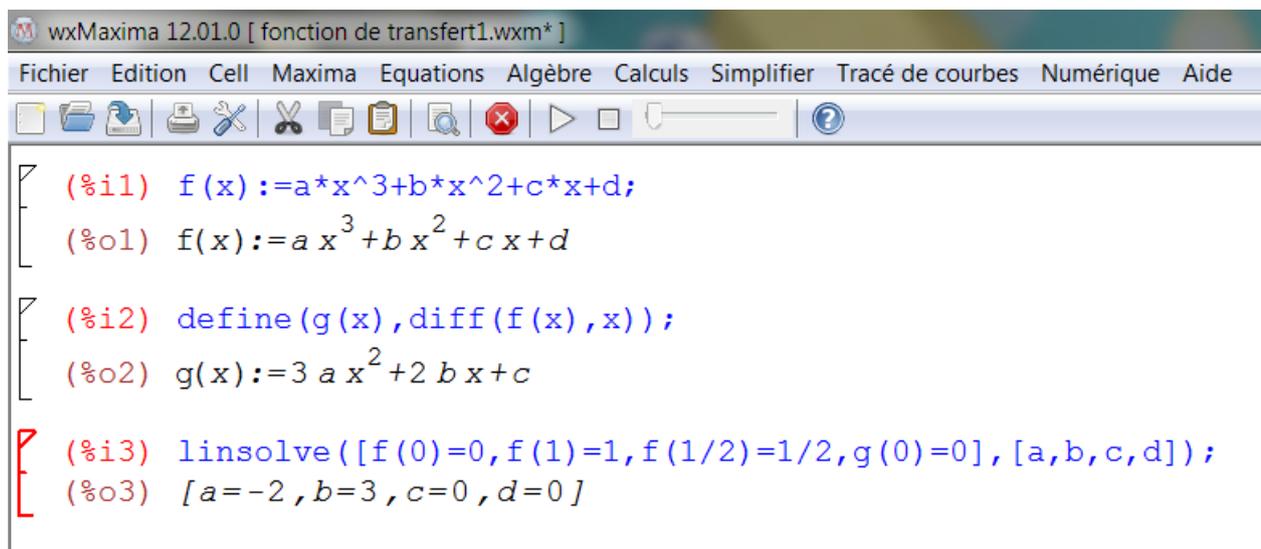
1. Expliquer la démarche menée dans chacune des deux feuilles de travail.



```
wxMaxima 12.01.0 [ non sauvé* ]
Fichier Edition Cell Maxima Equations Algèbre Calculs Simplifier Tracé de courbes Numérique Aide

(%i1) f(x) := a*x^3+b*x^2+c*x+d;
(%o1) f(x) := a x^3 + b x^2 + c x + d

(%i2) linsolve([f(0)=0, f(1)=1, f(1/2)=1/2, f(2/10)=1/10], [a,b,c,d]);
(%o2) [a = -25/12, b = 25/8, c = -1/24, d = 0]
```



```
wxMaxima 12.01.0 [ fonction de transfert1.wxm* ]
Fichier Edition Cell Maxima Equations Algèbre Calculs Simplifier Tracé de courbes Numérique Aide

(%i1) f(x) := a*x^3+b*x^2+c*x+d;
(%o1) f(x) := a x^3 + b x^2 + c x + d

(%i2) define(g(x), diff(f(x), x));
(%o2) g(x) := 3 a x^2 + 2 b x + c

(%i3) linsolve([f(0)=0, f(1)=1, f(1/2)=1/2, g(0)=0], [a,b,c,d]);
(%o3) [a = -2, b = 3, c = 0, d = 0]
```

2. Tracer les courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère du plan.