

Équations-bilans

Niveau : terminale générale, Maths expertes.

Lien avec le programme : écriture matricielle d'un système linéaire, matrice carrée, matrice inverse d'une telle. Divisibilité dans \mathbb{Z} . Problème issu d'autres disciplines scientifiques : chimie, SVT spécialité (énergie et cellules vivantes).

Lien avec Les maths au quotidien : Nature, Sport, Maison.

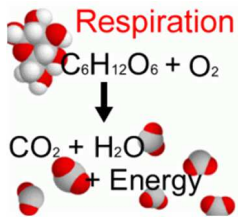
I- PHOTOSYNTHESE ET COMBUSTION DU GLUCOSE

La cellule chlorophyllienne des feuilles des végétaux effectue la photosynthèse grâce à l'énergie lumineuse et en présence de chlorophylle : du dioxyde de carbone et de l'eau sont transformés en glucose et dioxygène.

Le glucose est ensuite utilisé dans la biosynthèse de nouvelles molécules utiles au développement de la plante.

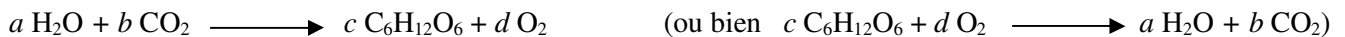
Cette transformation est inverse de ce qui se passe au niveau de nos muscles lorsque l'on fait un effort physique. Les sucres et les graisses apportent de l'énergie chimique à notre corps. Cette énergie chimique est convertie en énergie de mouvement par une réaction chimique, la combustion du glucose, dont l'équation-bilan est la même que

celle de la photosynthèse, mais dans l'autre sens. La combustion du glucose est une réaction chimique entre le glucose ($C_6H_{12}O_6$) et le dioxygène (O_2). Le glucose provient de l'alimentation, le dioxygène de la respiration. Une molécule de glucose (sucre carburant de l'effort) ajoutée à des molécules d'oxygène (transportées par l'hémoglobine) se dégrade au niveau du muscle pour donner des molécules d'eau (la sueur) et de dioxyde de carbone (évacué par la respiration). Cette dégradation génère l'énergie nécessaire à la contraction musculaire : on peut alors bouger, courir, pédaler...

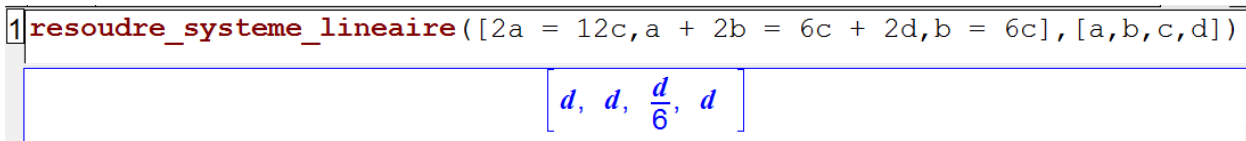


On cherche à équilibrer l'équation-bilan correspondant à la photosynthèse ou à la combustion du glucose.

On veut donc déterminer quatre entiers naturels a, b, c, d tels que :



1. Écrire un système linéaire associé à cette équation-bilan, d'inconnues a, b, c, d (expliquer).
2. Voici une feuille de calcul fournie par un logiciel de calcul formel :



```
1 resoudre_systeme_lineaire([2a = 12c, a + 2b = 6c + 2d, b = 6c], [a, b, c, d])
[d, d, d/6, d]
```

Quelle est la tâche effectuée ? Expliquer le résultat obtenu.

3. a. On pose $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $Y = \begin{pmatrix} 0 \\ 2d \\ 0 \end{pmatrix}$. Montrer que le système précédent peut se traduire par la relation matricielle :
 $Y = AX$ où A est une matrice carrée à préciser.
b. Montrer que la matrice A est inversible et déterminer son inverse.
c. Retrouver alors le résultat de la feuille de calcul.
4. Équilibrer l'équation-bilan correspondant à la photosynthèse.

II- UN AUTRE EXEMPLE, LA COMBUSTION DU BUTANE

Le butane est un gaz principalement utilisé comme combustible à usage domestique (gazinière, briquet, chauffe-eau, chauffage d'appoint pour l'intérieur ou l'extérieur...).



De la même manière que dans la partie I, équilibrer l'équation-bilan de la combustion du butane :

