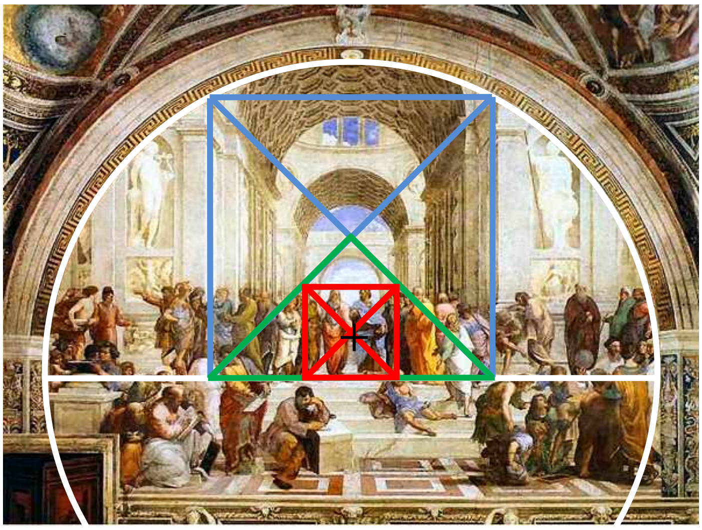
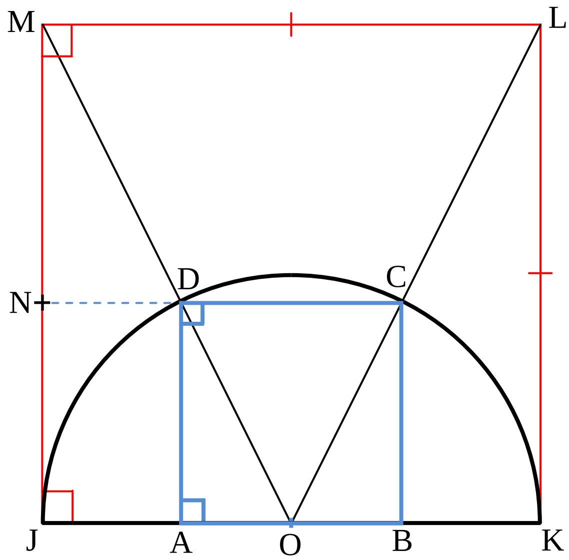
Dans la célèbre fresque *L'école d'Athènes* du peintre Raphaël, on peut construire un carré remarquable inscrit dans un demi-cercle, ainsi qu'un autre carré remarquable inscrit dans un triangle.

Partie A



- On construit un segment [JK].
- On construit un demi-cercle de centre O et de diamètre [JK].
- On construit alors un carré JKLM tel que le demi-cercle soit à l'intérieur de ce carré.
- On trace les segments [OM] et [OL]. Ils coupent le demi-cercle respectivement en D et C.
- On construit le rectangle ABCD où A et B sont sur [JK].



1. a. Expliquer pourquoi les triangles OAD et OJM forment une configuration de Thalès.

b. Montrer que DA = 2 AO.

c. Montrer que O est le milieu de [AB].

d. Montrer que ABCD est un carré.

2. a. Calculer les longueurs AD et JB.

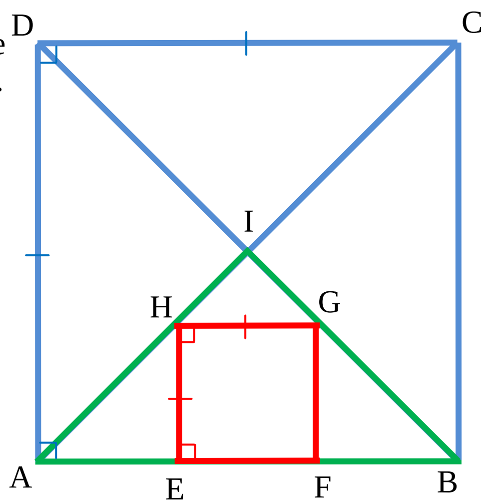
b. Montrer que le point A partage le segment [JB] selon le nombre d'or $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

c'est à dire $\frac{JB}{AB} = \frac{AB}{JA} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

c. Vérifier que les rectangles JADN et JBCN sont des rectangles d'or, c'est-à-dire que le rapport de leur longueur par leur largeur soit le nombre d'or.

Partie B

Soit I le centre du carré ABCD. Supposons que l'on puisse inscrire dans le triangle ABI un carré EFGH comme sur la figure ci-contre. On se demande comment construire effectivement ce carré.



1. Dans le carré EFGH, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{GEF}$?

2. Dans le carré ABCD, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{GBE}$?

3. En déduire la nature du triangle EGB.

4. Que peut-on alors dire du point F pour le segment [EB] ?

5. Faire un raisonnement analogue pour situer le point E est le sur le segment [AF].

6. Montrer que AE = EF = FB.

Partie C

Sur le schéma donné ci-après, construire (à l'aide d'une règle non graduée et d'un compas) le carré ABCD puis le carré EFGH.

Indication : pour le carré EFGH, cela revient à construire $\frac{1}{3}$ AB à la règle et au compas.