LE PONT DU DÉTROIT D'AKASHI

Niveau : seconde, TP.

Lien avec le programme : fonction polynôme de degré 2, abscisse et ordonnée d'un point dans le plan rapporté à un repère orthonormé, distance de deux points connaissant leurs coordonnées, algorithmique.

Lien avec Les Maths au quotidien : Thèmes, transport.

Le **pont du détroit d'Akashi** est un pont suspendu, situé au Japon. Il franchit la mer intérieure de Seto pour relier Kobe, sur l'île principale de Honshū, à la ville de Awaji, sur l'île de même nom.

Sa portée centrale est la plus longue du monde, avec près de 1 990 m.

Le but de ce problème est de décrire mathématiquement la courbe formée par le câble entre les deux pylônes du pont et d'estimer la longueur de cette portion de câble.

A. Mise en situation avec GeoGebra

1. Ouvrir le fichier GeoGebra **Akashi.ggb**.
L'image présente est une représentation fidèle du pont du détroit d'Akashi.
Dans le repère orthonormé, une unité représente 100 m.

Conjecturer la nature de la courbe dessinée par le câble entre les deux pylônes :

Cette courbe semble être une portion de ………………….

2. On cherche maintenant à associer une fonction f à cette courbe afin notamment de consolider la conjecture.
En utilisant les données techniques fournies dans le fichier (cadre en haut à droite) :

- Déplacer l'image du pont sur la feuille de travail, afin de placer convenablement la portion de câble dans le repère, pour la recherche de l'expression de la fonction f dont cette courbe serait la représentation graphique.	- Déterminer les coordonnées de trois points particuliers de la courbe $\mathscr{C}$ formée par la portion de câble de l'image déplacée, nommés A, B et C, et les construire avec le logiciel. On pourra ensuite peaufiner le placement de l'image.

3. **a.** Tracer avec le logiciel la parabole passant par A, B, C. Utiliser la fonction « AjustPoly » de GeoGebra.

b. Réexaminer la vraisemblance de votre conjecture.

c. Écrire l'expression de la fonction f déterminée par le logiciel : $f(x)$ = ……………………………….…………….. (arrondir les coefficients à 4 décimales).

Utiliser la fonction « Longueur » de GeoGebra afin d'estimer la longueur de $\mathscr{C}$: ………..……………………

Cela correspond à une longueur de câble d'environ …….…………... mètres.

B. Détermination de *f*

1. Compléter la phrase suivante : une parabole représente une fonction …………………………………………...,
c'est-à-dire une fonction f telle que $f(x)$ = ……………………….

2. On rappelle que les points A, B, C appartiennent à $\mathscr{C}$. En utilisant leurs coordonnées, déterminer « à la main » l'expression de la fonction f. On arrondira les coefficients à 4 décimales.

$f(x)$ = ……………………………………

C. Estimation de la longueur du câble principal entre les deux piliers.

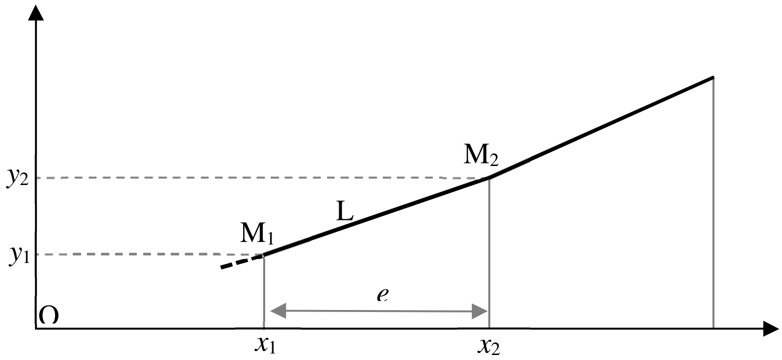
1. Citer une propriété graphique de la courbe $\mathscr{C}$: la courbe $\mathscr{C}$ est ……………..…. par rapport à ………………………..

2. Pour estimer sa longueur, on va l'estimer sur l'intervalle [0 ; 9,95] et on ………………………………………….…………

3. Entre chacune des 63 traverses de la demi partie principale du pont, on va approcher la portion de parabole formée par le câble par un segment.

Justifier, à l'aide du schéma suivant, que la distance entre les points M_1 et M_2, notée L, vérifie :

$$L = \sqrt{e^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



4. On donne l'algorithme ci-contre. La fonction f est la fonction déterminée plus haut.
On saisit $n = 2$.
Combien de valeurs de L cet algorithme affiche-t-il ?

Saisir n
$e \leftarrow 9.95/n$
$x_1 \leftarrow 0$
$y_1 \leftarrow f(x_1)$
Tant que ($x_1 < 9.95$) :
    $x_2 \leftarrow x_1 + e$
    $y_2 \leftarrow f(x_2)$
    $L \leftarrow \sqrt{e^2 + (y_2 - y_1)^2}$
    Afficher L
    $x_1 \leftarrow x_2$
    $y_1 \leftarrow y_2$

5. On a programmé cet algorithme avec le logiciel Python.

a. Ouvrir le fichier **Akashi.py**.

b. Entrer l'expression $f(x)$ au bon endroit dans le script.

b. Exécuter l'algorithme pour $n = 2$ puis $n = 4$, puis $n = 10$.

6. a. Modifier l'algorithme pour qu'il donne la longueur totale L de la ligne brisée obtenue en partageant l'intervalle [0 ; 9,95] en n intervalles de même longueur e (on pourra initialiser L à 0 puis accumuler les longueur calculées).

b. Exécuter le nouveau programme pour $n = 63$.

7. En déduire une valeur approchée de la longueur, en mètres, du câble principal entre les deux pylônes.