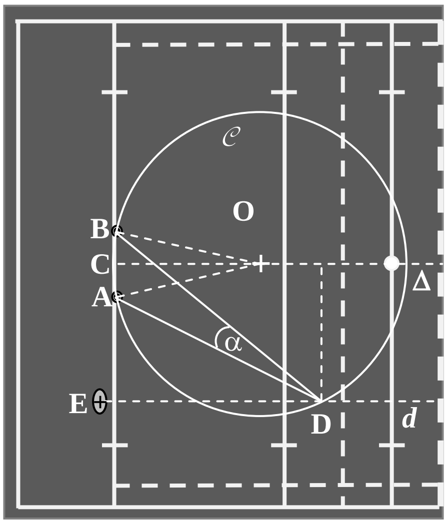
Transformation au rugby

Niveau : 1re S, avec le logiciel GeoGebra, en demi-classe, sur des postes informatiques.

Lien avec le programme : lieu géométrique dans le plan, trigonométrie, sens de variation de λu, u étant connue.
Lien avec *Les maths au quotidien* : **Sport / Rugby**.



Ce soir, c'est France-Angleterre au stade de France et Michalak marque un essai au point E et rapporte ainsi 5 points supplémentaires à la France. La règle stipule qu'un joueur français doit tenter de transformer l'essai pour marquer 2 points supplémentaires. Pour cela, le ballon doit être posé sur la droite d, perpendiculaire à (AB) passant par E, puis par un coup de pied, être envoyé entre les poteaux symbolisés par les points A et B. Soit D le point de d où l'on va poser le ballon. On suppose que le buteur n'a pas de problème de puissance. La transformation a le plus de chances de réussir pour une valeur de l'angle $\widehat{ADB}$ maximale (on néglige l'influence de la hauteur prise par le ballon sur l'angle de tir). Notons $\alpha = \widehat{ADB}$.

La question est alors : où doit-on placer le ballon ?

Soit O le centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABD.
On appelle C le milieu de [AB] et Δ la droite (CO). [AB] étant une corde du cercle $\mathscr{C}$, Δ est perpendiculaire à (AB) et est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.

A. Construction et conjecture avec GeoGebra

1. Construire des points A et B modélisant les pieds des poteaux et construire la droite (AB). Placer un point E (hors de [AB]) modélisant l'endroit d'un essai et construire la droite d.

2. Placer un point D sur la droite d. Construire le cercle circonscrit au triangle ABD.

3. Construire les segments [AD] et [BD] et l'angle $\widehat{ADB}$.

4. Déplacer le point D sur d et conjecturer la configuration rendant $\widehat{ADB}$ maximal.

B. Démonstration

On admettra que, lorsque deux droites sont parallèles, la plus courte distance entre deux points appartenant à chacune d'elles, est celle entre deux points définissant un segment perpendiculaire aux deux droites.

1. Justifier que l'angle α mesure la moitié de l'angle $\widehat{AOB}$.

2. Écrire CA en fonction de r et de α, où r est le rayon du cercle $\mathscr{C}$.

3. a. Compléter la phrase suivante :
À l'aide d'un cercle trigonométrique, j'observe que, comme la mesure principale de l'angle α est compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ radians, α est maximal quand $\sin\alpha$ est ……………………..

b. Justifier que α est maximal quand r est minimal.

4. Montrer que d et Δ sont parallèles.

On se place à présent dans la configuration conjecturée en A. 4.

5. Montrer que la droite (OD) est perpendiculaire à la droite d.

6. En déduire que r est minimal, et conclure.

7. Donner un protocole de construction du point D répondant à la question initiale.