

Boite de conserve

Niveau : terminale S ou ES (rappels sur la dérivation et sur le lien entre le signe de la dérivée et les variations de la fonction, racine *n*ème).

TP en demi-classe en salle informatique, avec le logiciel Geospace.

Lien avec *Les maths au quotidien* : Cuisine / Boite de conserve.

Beaucoup de produits dits « de conserve » sont conditionnés en boites métalliques. Une boite est une portion de cylindre fermée par deux disques qui sont le fond et le couvercle. Un des problèmes qui se pose aux fabricants pour optimiser leurs coûts est de produire des boites de conserve de la manière la plus économique et notamment de minimiser la surface de métal utilisé pour un volume donné. Il est d'usage de concevoir des boites de conserve ayant une contenance de 850 ml, soit 850 cm^3 . Ce sont les « grandes » boites de conserve de nos rayons de supermarchés.



On considère ici (ce qui est faux en réalité, voir l'ouvrage *Les maths au quotidien*) que les industriels utilisent tout le métal à disposition pour la fabrication des boites (chutes réutilisées).

I- Questions préliminaires

1. Quel est le volume d'une boite ayant une hauteur de h cm et un rayon de R cm ?
2. Exprimer R en fonction de h .
3. Quelle est l'aire $A(R)$ de la boite en fonction de R ?

II- Utilisation du logiciel Geospace

On se place dans le repère de l'espace du logiciel.

1. Placer un point A libre sur l'axe des cotes (oz).
2. « Créer » la cote h du point A puis le nombre R de la question I- 2.
3. « Créer » un cylindre de hauteur h et de rayon R . « Créer » son aire A et son volume V .
4. Afficher les valeurs de h , R , A et V .
5. Piloter h au clavier afin de visualiser des valeurs approchées de h et R rendant l'aire A minimale (être précis !). Quel semble alors être le rapport de h et R ?

III- Calculs mathématiques

1. Calculer la dérivée de A et étudier le sens de variation de A sur $]0 ; +\infty[$.
2. Déterminer les valeurs exactes puis des valeurs approchées à 10^{-2} près de h et R donnant, dans les conditions précitées, satisfaction aux industriels. Quel est alors le rapport de h et R ?

AIDE GEOSPACE

tâche	aide
Créer un objet (point, solide, nombre, affichage...) En particulier : Créer un point (donné par ses coordonnées, libre, centre de gravité...) Créer une longueur, une aire, un volume.	Menu « Créer ». « Créer », « Point »... « Créer », « Numérique », « Calcul géométrique »...
Créer un objet de même nature que le précédent.	Icône « bis » dans la barre d'icônes.
Piloter une variable au clavier.	Menu « Piloter », puis « Piloter au clavier », choisir la variable et utiliser les flèches « haut » et « bas ».
Choisir la précision du pilotage	Menu « Piloter », puis « Modifier paramètres de pilotage au clavier ».