

# Pression atmosphérique

**Niveau :** terminale STI2D. Exercice 2 Bac Antilles Guyane juin 2017.

**Lien avec le programme :** suite, suite géométrique, seuil. Équation différentielle  $y' + ay = b$ , fonctions logarithme népérien et exponentielle, exponentielle de base  $a$ , algorithmique.

**Lien avec Les maths au quotidien :** Nature.



En 1648, Blaise Pascal a demandé à son beau-frère Florin Périer de mesurer la hauteur de mercure dans deux baromètres, l'un situé à Clermont-Ferrand et l'autre en haut de la montagne la plus proche, le Puy-de-Dôme.

Florin Périer a constaté que la hauteur de mercure dans le baromètre situé en haut du Puy-de-Dôme était inférieure à la hauteur de mercure dans le baromètre situé plus bas, à Clermont-Ferrand.

Cette expérience a permis de montrer que la pression atmosphérique diminue lorsque l'altitude augmente.

*Dans cet exercice, la pression atmosphérique est exprimée en hectopascal (hPa).*

*On rappelle que la pression atmosphérique vaut 1 013,25 hPa au niveau de la mer.*

## Partie A : une règle simplifiée

Pour évaluer la pression atmosphérique, les alpinistes utilisent la règle simplifiée suivante : « la pression atmosphérique diminue de 0,11 hectopascal quand l'altitude augmente de 1 mètre ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant cette règle :

|                                 |          |     |       |       |
|---------------------------------|----------|-----|-------|-------|
| altitude (en mètre)             | 0        | 800 | 1 500 | 2 000 |
| pression atmosphérique (en hPa) | 1 013,25 |     |       |       |

2. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la pression atmosphérique en hPa à l'altitude de  $n$  mètres calculée avec la règle simplifiée. Ainsi  $u_0 = 1 013,25$ .

a. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .

b. Justifier que la suite  $(u_n)$  n'est pas géométrique.

c. On admet que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = u_0 - 0,11n$ .

En déduire l'altitude, exprimée en mètre, à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 950 hPa.

## Partie B : la formule barométrique

On considère l'équation différentielle (E) :  $y' + 0,12y = 0$ , où  $y$  est une fonction de la variable réelle  $x$ , définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $y'$  est la fonction dérivée de  $y$ .

Pour de faibles valeurs de l'altitude, les scientifiques ont démontré que la fonction  $f$  qui, à l'altitude  $x$  en kilomètre, associe la pression atmosphérique en hPa est la solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie  $f(0) = 1 013,25$ .

1. a. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E).

b. Démontrer que la solution  $f$  de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale  $f(0) = 1 013,25$  est la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = 1 013,25e^{-0,12x}$

2. En utilisant la fonction  $f$  :

a. Calculer une valeur approchée à 0,01 près de la pression atmosphérique à 150 mètres d'altitude.

b. Calculer l'altitude, arrondie au mètre, correspondant à une pression atmosphérique de 900 hPa.

3. On pose  $v_n = f(n)$ , pour tout entier naturel  $n$ . Justifier qu'avec ce modèle, la suite  $(v_n)$  est géométrique.

### Partie C : la formule du nivellement barométrique

La formule de la partie B ne tient pas compte des changements de température et ne peut donc être utilisée que pour de faibles altitudes. Pour des altitudes plus élevées, on utilise la fonction  $p$  qui à l'altitude  $x$  en **kilomètre** associe la

pression atmosphérique en hPa :  $p(x) = 1013,25 \left(1 - \frac{6,5x}{288,15}\right)^{5,255}$ .

1. Calculer la pression atmosphérique (en hPa, arrondie à l'unité) au sommet de l'Everest, culminant à 8 848 mètres.
2. Recopier et compléter l'algorithme suivant en utilisant la fonction  $p$ , de façon à ce qu'il affiche en sortie l'altitude (estimée à 100 mètres près) à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 400 hPa.

#### Variables

$A$  un nombre réel

$P$  un nombre réel

#### Début

$A$  prend la valeur 0

$P$  prend la valeur 1 013,25

#### Tant que . . . faire

$A$  prend la valeur  $A + 0,1$

$P$  prend la valeur . . .

#### Fin tant que

Afficher . . .

#### Fin

