Concentration d’un médicament 2

Niveau : terminale STL biotechnologies. Exercice 2 Bac Polynésie juin 2015.

Lien avec le programme : Statistique descriptive à deux variables, nuage de points, ajustement affine selon la méthode des moindres carrés. Fonctions logarithme népérien et exponentielle, lien entre le signe de la dérivée et les variations de la fonction, limite finie d’une fonction à l’infini.

Lien avec Les maths au quotidien : Santé.

On injecte dans le sang d’un malade un médicament à l’aide d’une perfusion. L’efficacité de ce médicament est optimale lorsque le débit de la perfusion est stable et que la concentration du produit ne dépasse pas 250 microgrammes (µg) par cm^3, seuil au-delà duquel des effets indésirables et toxiques apparaissent.
On relève l’évolution de la concentration de ce médicament et on obtient les résultats suivants :

temps t_i en minutes	0	2	4	6	10	12	15
Concentration c_i en µ*g* par cm^3	0	64	94	130	195	220	230

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

Partie A

On pose : $y_i = \ln(250 - c_i)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (donner des valeurs arrondies à 10^{-2}) :

temps t_i en minutes	0	2	4	6	10	12	15
$y_i = \ln(250 - c_i)$							

2. Dans un repère orthogonal d’unités 1 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée, représenter le nuage de points $M_i\,(t_i\,;\,y_i)$ de la série statistique définie par le tableau précédent.

3. Déterminer une équation de la droite D d’ajustement affine de y en t obtenue par la méthode des moindres carrés. Représenter cette droite dans le repère précédent.

4. En déduire une relation entre la concentration c et le temps t sous la forme $c = A + B\mathrm{e}^{kt}$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(t) = 250 - 284{,}29\mathrm{e}^{-0{,}17t}$.
On admet que la fonction f donne une bonne approximation de la concentration du médicament.
La courbe C de la fonction f et son asymptote D_1 d’équation $y = 250$ sont données en annexe, page suivante.

1. En justifiant, déterminer graphiquement le signe de la fonction dérivée de f sur $[0\,;+\infty[$.

2. En justifiant, déterminer graphiquement la limite de f en $+\infty$.

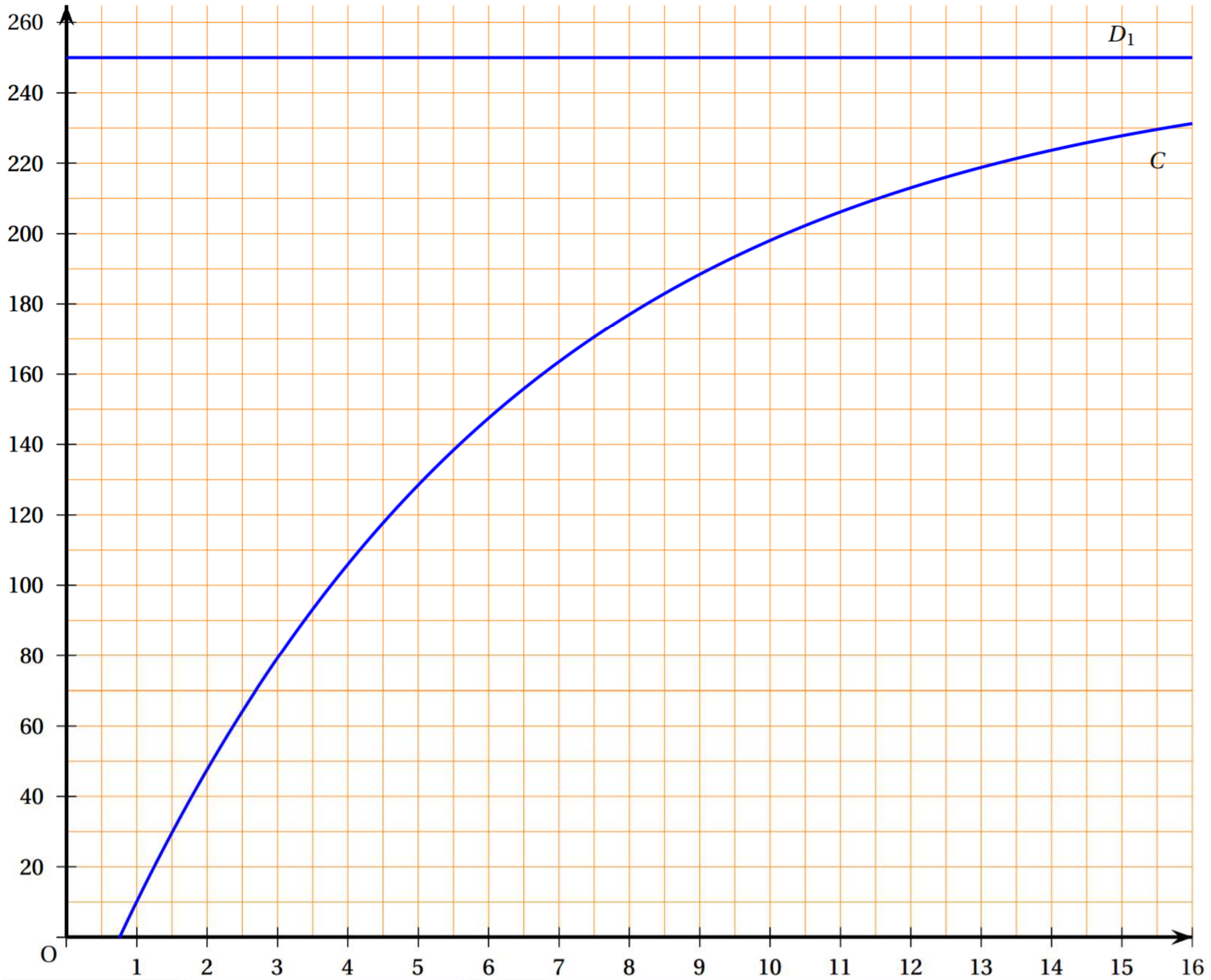
3. Justifier que la concentration du médicament ne dépasse pas 250 µg par cm^3.

4. **a.** Résoudre, sur $[0\,;+\infty[$, l’inéquation $f(t) > 180$.

b. En déduire, à une minute près, le temps nécessaire pour atteindre la dose efficace qui est de 180 µg par cm^3.

5. Retrouver ce résultat en utilisant le graphique de la partie A (on expliquera la démarche utilisée en laissant les traits de construction apparents).

ANNEXE



260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
O
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
D_1
C