

## A-t-on le choix dans la date ?

**Niveau** : devoir en temps libre, terminale S spécialité.

**Lien avec le programme** : congruence, compatibilité avec l'addition et la multiplication.

**Lien avec *Les maths au quotidien*** : Dates ou Dates et heures.

*Une année bissextile compte 366 jours et une année non bissextile 365 jours. Une année est bissextile si son "numéro" est divisible par 4 sauf s'il s'agit d'un siècle. Les siècles, années dont le "numéro" se termine par deux zéros, ne sont, en général, pas bissextiles sauf si leur "numéro" est divisible par 400.*

*Quelques exemples : 1996 était bissextile, 1997 ne l'était pas, 1900 non plus mais 2400 le sera.*

1. Trouver les deux entiers naturels  $a$  et  $b$  inférieurs ou égaux à 6 tels que  $365 \equiv a \pmod{7}$  et  $366 \equiv b \pmod{7}$ .
2. a. En supposant que le premier janvier d'une année non bissextile soit un lundi, expliquer pourquoi le premier janvier de l'année suivante sera un mardi.  
b. Si le 1<sup>er</sup> janvier d'une année bissextile est un lundi, quel jour de la semaine sera le 1<sup>er</sup> janvier de l'année suivante ?
3. Une période de quatre années consécutives compte  $N = 3 \times 365 + 1 \times 366$  jours. Sans calculer  $N$ , justifier que  $N \equiv 5 \pmod{7}$ .
4. En supposant que le premier janvier d'une année soit un lundi, quel jour de la semaine sera le premier janvier quatre ans plus tard ? Expliquer la réponse.

*Plus généralement, pour une date donnée, (par exemple le 1<sup>er</sup> janvier), chaque période de 4 années produit un décalage de cinq jours dans le cycle des jours de la semaine.*

5. Compléter le tableau donné ci-dessous :

Nombre de périodes de quatre années	$J =$ nombre de jours de décalage dans le cycle des jours de la semaine	Reste de la division de $J$ par 7
0	0	0
1	5	5
2	10	3
3		
4		
5		
6		
7		

6. a. Expliquer pourquoi l'année 2012 est bissextile.  
b. Sachant que le 29 février 2012 était un mercredi, quel jour de la semaine sera le 29 février 2016 ? Quel jour de la semaine sera le 29 février 2020 ? Expliquer les réponses.  
c. Quelle sera la prochaine année où le 29 février sera un mercredi ? Expliquer la réponse.