

A-t-on le choix dans la date ?

Niveau : devoir en temps libre, terminale S spécialité.

Lien avec le programme : congruence, compatibilité avec l'addition et la multiplication.

Lien avec *Les maths au quotidien* : Dates ou Dates et heures.

Une année bissextile compte 366 jours et une année non bissextile 365 jours. Une année est bissextile si son "numéro" est divisible par 4 sauf s'il s'agit d'un siècle. Les siècles, années dont le "numéro" se termine par deux zéros, ne sont, en général, pas bissextiles sauf si leur "numéro" est divisible par 400.

Quelques exemples : 1996 était bissextile, 1997 ne l'était pas, 1900 non plus mais 2400 le sera.

1. Trouver les deux entiers naturels a et b inférieurs ou égaux à 6 tels que $365 \equiv a \pmod{7}$ et $366 \equiv b \pmod{7}$.
2. a. En supposant que le premier janvier d'une année non bissextile soit un lundi, expliquer pourquoi le premier janvier de l'année suivante sera un mardi.
b. Si le 1^{er} janvier d'une année bissextile est un lundi, quel jour de la semaine sera le 1^{er} janvier de l'année suivante ?
3. Une période de quatre années consécutives compte $N = 3 \times 365 + 1 \times 366$ jours. Sans calculer N , justifier que $N \equiv 5 \pmod{7}$.
4. En supposant que le premier janvier d'une année soit un lundi, quel jour de la semaine sera le premier janvier quatre ans plus tard ? Expliquer la réponse.

Plus généralement, pour une date donnée, (par exemple le 1^{er} janvier), chaque période de 4 années produit un décalage de cinq jours dans le cycle des jours de la semaine.

5. Compléter le tableau donné ci-dessous :

| Nombre de périodes de quatre années | $J =$ nombre de jours de décalage dans le cycle des jours de la semaine | Reste de la division de J par 7 |
|-------------------------------------|---|-----------------------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 5 | 5 |
| 2 | 10 | 3 |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |

6. a. Expliquer pourquoi l'année 2012 est bissextile.
b. Sachant que le 29 février 2012 était un mercredi, quel jour de la semaine sera le 29 février 2016 ? Quel jour de la semaine sera le 29 février 2020 ? Expliquer les réponses.
c. Quelle sera la prochaine année où le 29 février sera un mercredi ? Expliquer la réponse.