TAUX D'HÉMATOCRITE

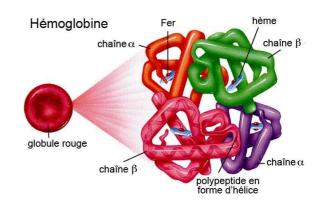
(baccalauréat Asie juin 2014)

Niveau : devoir en temps libre, term S.

Lien avec le programme : loi normale, probabilités conditionnelles, intervalle de fluctuation asymptotique.

Lien avec Les maths au quotidien : Santé.

Le taux d'hématocrite est le pourcentage du volume de globules rouges par rapport au volume total du sang. On note X la variable aléatoire donnant le taux d'hématocrite d'un adulte choisi au hasard dans la population française. On admet que cette variable suit une loi normale de moyenne $\mu = 45,5$ et d'écart-type σ .



Partie A

On note Z la variable aléatoire $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 45.5}{\sigma}$.

- **1. a.** Quelle est la loi de la variable aléatoire *Z* ?
 - **b.** Déterminer P $(X \le \mu)$.
- 2. En prenant $\sigma = 3.8$, déterminer P (37.9 $\leq X \leq 53.1$). Arrondir le résultat au centième.

Partie B

Une certaine maladie V est présente dans la population française avec la fréquence 1 %.

On sait d'autre part que 30 % de la population française a plus de 50 ans, et que 90 % des porteurs de la maladie V dans la population française ont plus de 50 ans. On choisit au hasard un individu dans la population française.

On note α l'unique réel tel que P ($X \le \alpha$) = 0,995, où X est la variable aléatoire définie au début de l'exercice. On ne cherchera pas à calculer α .

On définit les évènements :

M: « l'individu est porteur de la maladie V »;

S: « l'individu a plus de 50 ans »;

H: « l'individu a un taux d'hématocrite supérieur à α ».

Ainsi P(M) = 0.01, $P_M(S) = 0.9$ et $P(H) = P(X > \alpha)$.

D'autre part, une étude statistique a révélé que 60 % des individus ayant un taux d'hématocrite supérieur à α sont porteurs de la maladie V.

- **1.** a. Déterminer P (M \cap S).
 - **b.** On choisit au hasard un individu ayant plus de 50 ans. Montrer que la probabilité qu'il soit porteur de la maladie V est égale à 0,03.
- **2. a.** Calculer la probabilité P(H).
 - **b.** L'individu choisi au hasard a un taux d'hématocrite inférieur ou égal à α. Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie V. Arrondir au millième.

Partie C

Le but de cette partie est d'étudier l'influence d'un gène sur la maladie V.

- 1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de la maladie V dans les échantillons de taille 1 000, prélevés au hasard et avec remise dans l'ensemble de la population française. On arrondira les bornes de l'intervalle au millième.
- 2. Dans un échantillon aléatoire de 1 000 personnes possédant le gène, on a trouvé 14 personnes porteuses de la maladie V. Au regard de ce résultat, peut-on décider, au seuil de 95 %, que le gène a une influence sur la maladie ?