

Ombre portée

Niveau : terminale S, exercice 4 Bac Amérique du Nord juin 2017.

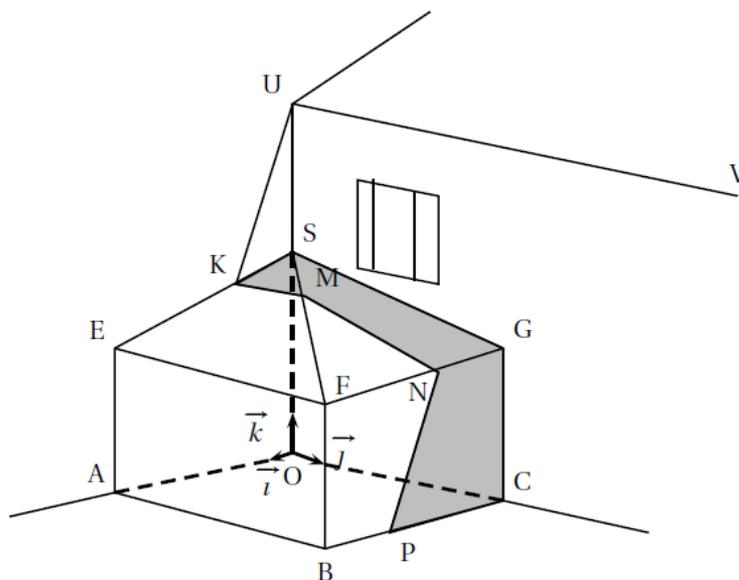
Lien avec le programme : Géométrie dans l'espace ; positions relatives de droites et de plans : intersection et parallélisme. Repérage, représentation paramétrique d'une droite, produit scalaire dans l'espace, vecteur normal d'un plan et équation cartésienne d'un tel.

Lien avec Les maths au quotidien : Maison, Représentations visuelles.

Un particulier s'intéresse à l'ombre portée sur sa future véranda par le toit de sa maison quand le soleil est au zénith. Cette véranda est schématisée ci-dessous en perspective cavalière dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le toit de la véranda est constitué de deux faces triangulaires SEF et SFG.

- Les plans (SOA) et (SOC) sont perpendiculaires.
- Les plans (SOC) et (EAB) sont parallèles, de même que les plans (SOA) et (GCB).
- Les arêtes [UV] et [EF] des toits sont parallèles.

Le point K appartient au segment [SE], le plan (UVK) sépare la véranda en deux zones, l'une éclairée et l'autre ombragée. Le plan (UVK) coupe la véranda selon la ligne polygonale KMNP qui est la limite ombre-soleil.



1. Sans calcul, justifier que :
 - a. le segment [KM] est parallèle au segment [UV] ;
 - b. le segment [NP] est parallèle au segment [UK].
2. Dans la suite de l'exercice, on se place dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Les coordonnées des différents points sont les suivantes : $A(4 ; 0 ; 0)$, $B(4 ; 5 ; 0)$, $C(0 ; 5 ; 0)$, $E(4 ; 0 ; 2,5)$, $F(4 ; 5 ; 2,5)$, $G(0 ; 5 ; 2,5)$, $S(0 ; 0 ; 3,5)$, $U(0 ; 0 ; 6)$ et $V(0 ; 8 ; 6)$.
On souhaite déterminer de façon exacte la section des faces visibles de la véranda par le plan (UVK) qui sépare les zones ombragée et ensoleillée.
 - a. Au moment le plus ensoleillé, le point K a pour abscisse 1,2.
Vérifier que les coordonnées du point K sont $(1,2 ; 0 ; 3,2)$.
 - b. Montrer que le vecteur \vec{n} de coordonnées $(7 ; 0 ; 3)$ est un vecteur normal au plan (UVK) et en déduire une équation cartésienne du plan (UVK).
 - c. Déterminer les coordonnées du point N intersection du plan (UVK) avec la droite (FG).
 - d. Expliquer comment construire la ligne polygonale sur le schéma de la véranda.
3. Afin de faciliter l'écoulement des eaux de pluie, l'angle du segment [SG] avec l'horizontale doit être supérieur à 7° . Cette condition est-elle remplie ?