V&eacute;NUS

**Niveau :** troisi&egrave;me-seconde

**Lien avec le programme :**

3e : grandeurs compos&eacute;es, changement d'unit&eacute;s, relations trigonom&eacute;triques dans un triangle rectangle.

2de : d&eacute;velopper la vision dans l'espace ; introduire les notions de plans et droites de l'espace et leurs positions respectives ; fournir ainsi des configurations conduisant &agrave; des probl&egrave;mes aptes &agrave; mobiliser d'autres champs des math&eacute;matiques ou de la physique.

**Lien avec *Les maths au quotidien*** : **Astronomie**

**Activit&eacute; papier/crayon**

Dans le syst&egrave;me solaire, il y a huit plan&egrave;tes qui tournent autour du Soleil. Parmi celles-ci, il y a la plan&egrave;te V&eacute;nus, la fameuse « &eacute;toile du Berger », qui est plus proche du Soleil que la Terre. On dit que V&eacute;nus est une plan&egrave;te *inf&eacute;rieure*, ou bien *int&eacute;rieure*.

La *r&eacute;volution sid&eacute;rale* de V&eacute;nus, c'est-&agrave;-dire le temps qu'elle met pour faire un tour complet autour du Soleil et se retrouver &agrave; la même position par rapport aux &eacute;toiles lointaines, est plus courte que celle de la Terre. La r&eacute;volution sid&eacute;rale de la Terre est d'environ 365,256 [jours](http://fr.wikipedia.org/wiki/Jour) et celle de V&eacute;nus d'environ 224,701 [jours.](http://fr.wikipedia.org/wiki/Jour)

Toutes les plan&egrave;tes du syst&egrave;me solaire se trouve approximativement dans un même plan, le *plan de l'&eacute;cliptique* et on consid&eacute;rera pour l'activit&eacute; que :

- Les orbites de V&eacute;nus et de la Terre sont circulaires (elles le sont presque…) de centre le Soleil.

- Les orbites de V&eacute;nus et de la Terre sont dans un même plan.

- Les vitesses de rotation de V&eacute;nus et la Terre autour du Soleil sont uniformes.

On note S, T, et V respectivement les centres du Soleil, de la Terre et de V&eacute;nus.

V&eacute;nus est au plus proche de la Terre :

1. quand les points S, V et T sont align&eacute;s dans cet ordre

2. quand les points S, T et V sont align&eacute;s dans cet ordre

3. quand les points T, S et V sont align&eacute;s dans cet ordre

4. quand le triangle STV est rectangle en V.

S

T

V1 conjonction inférieure

V2 conjonction supérieure

Quand les points S, V et T sont align&eacute;s dans cet ordre, on parle de *conjonction inf&eacute;rieure*.

Quand les points T, S et V sont align&eacute;s dans cet ordre, on parle de *conjonction sup&eacute;rieure*.

V&eacute;nus et la Terre sont donc au plus proche lors d'une conjonction inf&eacute;rieure.

On va calculer maintenant le temps T s&eacute;parant deux conjonctions inf&eacute;rieures de V&eacute;nus. On appelle ce temps la *p&eacute;riode synoptique* de V&eacute;nus.

En un jour, la Terre tourne de 360/365,256 degr&eacute;s et V&eacute;nus de 360/224,701 degr&eacute;s.

Donc en un jour V&eacute;nus s'&eacute;carte de 360/224,701  360/365,256 degr&eacute;s de la Terre.

On en d&eacute;duit la p&eacute;riode synoptique de V&eacute;nus : T  583,92 jours (deux d&eacute;cimales)

C'est environ un multiple de cette dur&eacute;e qui s&eacute;pare deux lancers de sondes vers V&eacute;nus (voir par exemple sur internet les dates de lancers de sondes d'exploration de V&eacute;nus…).

On pourrait croire que c'est &agrave; la conjonction inf&eacute;rieure que V&eacute;nus offre la meilleure observation puisqu'elle est au plus proche de la Terre.

Il n'en est rien. En effet, &agrave; cause de la lumi&egrave;re du Soleil, V&eacute;nus offre une observation m&eacute;diocre (et dangereuse car elle n'est visible que de jour) lorsqu'elle est « proche » du Soleil.

On appelle *&eacute;longation* de V&eacute;nus l'angle , en degr&eacute;s.

L'&eacute;longation est maximale lors la droite (VT) est tangente au cercle correspondant &agrave; l'orbite de V&eacute;nus. Cela signifie que le triangle STV est rectangle

Il y a 2 moments dans l'ann&eacute;e o&ugrave; cette &eacute;longation est maximale.

Construire les deux positions orbitales de V&eacute;nus d'&eacute;longation maximale :

S

T

Calcul de l'&eacute;longation maximale

La distance moyenne Terre-Soleil est d'environ 149 600 000 km.

La distance moyenne V&eacute;nus-Soleil est d'environ 108 200 000 km.

On en d&eacute;duit l'&eacute;longation maximale : 46 degr&eacute;s (arrondir &agrave; l'unit&eacute;)

S

T

EM-ouest

EM-est

V

V

Vue du système Soleil-Vénus-Terre, depuis le nord terrestre

La Terre et Vénus tourne dans le sens contraire des aiguilles d’une montre. La terre tourne sur elle-même également dans le sens contraire des aiguilles d’une montre.

Lorsque V&eacute;nus se trouve &agrave; l'ouest par rapport au Soleil, on parle d'&eacute;longation maximale occidentale.

Le moment de la journ&eacute;e o&ugrave; l'on voit V&eacute;nus dans le ciel nocturne est alors le matin.

Lorsqu'elle se trouve &agrave; l'est du Soleil, on parle d'&eacute;longation maximale orientale.

Le moment de la journ&eacute;e o&ugrave; l'on voit V&eacute;nus dans le ciel nocturne est alors le soir.

Lors d'une &eacute;longation maximale, au t&eacute;lescope, on voit :

moins que la moiti&eacute; de V&eacute;nus

la moiti&eacute; de V&eacute;nus

plus que la moiti&eacute; de V&eacute;nus

Un mois avant l'&eacute;longation maximale orientale :

|  |  |
| --- | --- |
| Au t&eacute;lescope, on voit :  moins que la moiti&eacute; de V&eacute;nus,  la moiti&eacute; de V&eacute;nus  plus que la moiti&eacute; de V&eacute;nus | Par rapport &agrave; l'&eacute;longation maximale orientale :  V&eacute;nus parait plus petite  V&eacute;nus parait avoir le même diam&egrave;tre  V&eacute;nus parait plus grande |

La meilleure observation de V&eacute;nus se situe autour des &eacute;longations maximales, car V&eacute;nus est plus « &eacute;loign&eacute;e » du Soleil et de plus la magnitude de V&eacute;nus est optimale.

Quelques calculs

Distance moyenne Terre-Soleil : 149 600 000 km

Distance moyenne V&eacute;nus-Soleil : 108 200 000 km

Diam&egrave;tre moyen Soleil : 1 391 000 km

Diam&egrave;tre moyen Terre : 12 742 km

Diam&egrave;tre moyen V&eacute;nus : 12 104 km

L'unit&eacute; astronomique est la distance moyenne Terre-Soleil.

La distance moyenne V&eacute;nus-Soleil est d'environ 0,72 unit&eacute; astronomique (arrondir &agrave; 2 d&eacute;cimales).

Le diam&egrave;tre de V&eacute;nus repr&eacute;sente environ 95 % de celui de la Terre (arrondir &agrave; l'unit&eacute;).

Si le Soleil mesurait un m&egrave;tre de diam&egrave;tre :

Le diam&egrave;tre de la Terre serait d'environ 0,9 cm (arrondir &agrave; une d&eacute;cimale).

La distance Terre-Soleil serait d'environ 108 m (arrondir &agrave; l'unit&eacute;)

La distance V&eacute;nus-Soleil serait d'environ 78 m (arrondir &agrave; l'unit&eacute;)

Transit de V&eacute;nus (&agrave; lire pour les bons)

Un *transit* de V&eacute;nus a lieu lorsque, vu de la Terre, V&eacute;nus passe devant le Soleil. Vous allez me dire que cela se produit &agrave; chaque conjonction inf&eacute;rieure de V&eacute;nus, mais cela n'est pas vrai.

Nous avons suppos&eacute; dans l'activit&eacute; pr&eacute;c&eacute;dente que les orbites de V&eacute;nus et de la Terre &eacute;taient dans un même plan. En fait, ce n'est pas tout-&agrave;-fait vrai :

L'orbite de V&eacute;nus est [inclin&eacute;e](http://fr.wikipedia.org/wiki/Inclinaison) de 3,4° par rapport &agrave; celle de la Terre :

Terre

Vénus

Soleil

Ligne des Nœuds

Nœud descendant

Nœud ascendant

Par cons&eacute;quent, dans la plupart des cas, lorsque V&eacute;nus et la Terre sont en [conjonction](http://fr.wikipedia.org/wiki/Conjonction_(astronomie)) inf&eacute;rieure, elles ne sont pas align&eacute;es avec le Soleil. V&eacute;nus passe alors au-dessus ou en dessous du Soleil. Au pire des cas, V&eacute;nus est &agrave; 108 200 000sin (3,4) km « au-dessus » ou « en dessous » du Soleil, c'est-&agrave;-dire environ 6 416 949 km soit plus de 4,6 diam&egrave;tres solaires.

Le transit advient quand les deux plan&egrave;tes sont en conjonction au moment (ou presque au moment) o&ugrave; elles croisent la [ligne d'intersection de leurs plans orbitaux](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nœud_ascendant). Cette ligne est appel&eacute;e ligne des nœuds et l'orbite de V&eacute;nus coupe cette ligne des nœuds en deux points : le nœud ascendant et le nœud descendant.

Voici quelques transits dans l'histoire :

7 d&eacute;cembre 1631 (pr&eacute;dit par Kepler) – 4 d&eacute;cembre 1639 (le premier observ&eacute;)  6 juin 1761  3 juin 1769  9 d&eacute;cembre 1874  6 d&eacute;cembre 1882  8 juin 2004  6 juin 2012

On observe des intervalles de temps de 8 ans, 121,5 ans, 8 ans, 105,5 ans, 8 ans, 121,5 ans, 8 ans.

On aurait envie de parier que les prochains transits de V&eacute;nus vont avoir lieu d&eacute;but d&eacute;cembre 2117 puis d&eacute;but d&eacute;cembre 2125…et on aurait raison.

Un cycle de 8 + 121,5 + 8 + 105,5 = 243 ans semblent se d&eacute;gager. Voyons cela math&eacute;matiquement.

La *p&eacute;riode draconitique*, de la Terre ou bien de V&eacute;nus, est le temps qui s'&eacute;coule entre deux passages sur la ligne des nœuds, côt&eacute; nœud ascendant ; elle est l&eacute;g&egrave;rement plus courte que la p&eacute;riode sid&eacute;rale et vaut 365,25133 jours pour la Terre et 224,69889 jours pour V&eacute;nus.

Deux conjonctions inf&eacute;rieures successives de V&eacute;nus et de la Terre sont espac&eacute;es de la p&eacute;riode synodique de 583,92136 jours (valeur plus pr&eacute;cise ici que dans l'activit&eacute;, voir l'activit&eacute; pour le calcul).

Lorsque la Terre et V&eacute;nus passent simultan&eacute;ment sur la ligne des nœuds, côt&eacute; nœud ascendant par exemple, on pourra obtenir le même ph&eacute;nom&egrave;ne si un nombre entier *p* de p&eacute;riodes draconitiques de la Terre correspond assez pr&eacute;cis&eacute;ment &agrave; un nombre entier *q* de p&eacute;riodes draconitiques de V&eacute;nus, c'est-&agrave;-dire s'il existe deux entiers *p* et *q* tels que :

*p*  365,25133  *q*  224,69889

Dans cette dur&eacute;e, on aura aussi *q*  *p* p&eacute;riodes synoptiques :

*p*  365,25133  (*q*  *p*)  583,92136

On cherche donc une fraction qui approche le rapport , avec bien s&ucirc;r *p* et *q* pas trop grands.

Le d&eacute;veloppement en fraction continue de cette derni&egrave;re fraction, voir l'activit&eacute; « Calendrier »

am&egrave;ne  [0, 1, 1, 1, 1] soit 

3365,25133 = 1 095,75399

5224,69889 = 1 123,49445

La diff&eacute;rence de jours est grande pour g&eacute;n&eacute;rer un transit.

On trouve aussi  [0, 1, 1, 1, 1, 2] soit 

8365,25133 = 2 922,01064

13224,69889 = 2921, 08557

5583,92136 = 2 919,6068

Les r&eacute;sultats pr&eacute;c&eacute;dents sont proches. Il se pourrait bien que si un transit arrivait sur un nœud, un autre transit sur le même nœud arrive 8 ans plus tard…

 [0, 1, 1, 1, 1, 2, 29] soit 

235365,25133 = 85 834,06255

382224,69889 = 85 834,7598

147583,92136 = 85836,43992

Les r&eacute;sultats pr&eacute;c&eacute;dents sont proches. Il se pourrait bien que si un transit arrivait sur un nœud, un autre transit sur le même nœud arrive 235 ans plus tard…

Enfin,

 [0, 1, 1, 1, 1, 2, 29, 1] soit 

243365,25133 = 88 756,07319

395224,69889 = 88 756,06155

147583,92136 = 88756,04672

Observez comme ces trois valeurs sont extrêmement proches !

Les transits semblent pouvoir se r&eacute;p&eacute;ter dans presque exactement les mêmes conditions tous les 243 ans.

D'o&ugrave; sortent les 105,5 ans et les 127,5 ans observ&eacute;s ?

Entre d&eacute;cembre 1639 et juin 1761, on compte 121.5 ann&eacute;es (moiti&eacute; de 243 ans). V&eacute;nus, en conjonction inf&eacute;rieure avec Terre dans le voisinage du nœud ascendant en d&eacute;cembre 1639 a &eacute;t&eacute; en conjonction avec la Terre au voisinage du nœud descendant en juin 1761.

Entre les passages de la Terre en ces nœuds, il s'&eacute;coule 121.5 x 365.25133 = 44378.04 j   
Entre les passages de V&eacute;nus en ces nœuds, il s'&eacute;coule 197.5 x 224.69889 = 44378.03 j   
Entre les conjonctions de 2004 et de 2125, il s'&eacute;coule 76  583,92136 = 44378,2 jours   
La quasi &eacute;galit&eacute; de ces 3 dur&eacute;es explique le transit de 1761.

L'intervalle 105,5 ans s'explique exactement de la même fa&ccedil;on.

**Remarques** :

**1.** 105,5 + 8 + 121,5 = 235 et on retrouve notre 235 intervenant dans la fraction continue (retour d'un transit &agrave; un même nœud).

**2.** En [1771](http://fr.wikipedia.org/wiki/1771), en recoupant les donn&eacute;es des transits de [1761](http://fr.wikipedia.org/wiki/1761) et [1769](http://fr.wikipedia.org/wiki/1769), l'astronome fran&ccedil;ais [J&eacute;rôme Lalande](http://fr.wikipedia.org/wiki/Joseph_Jérôme_Lefrançois_de_Lalande) &eacute;tablit la valeur de l'unit&eacute; astronomique &agrave; 153 millions de kilom&egrave;tres (±1 million). On sait maintenant qu'elle est d'environ 149 600 000 km. La pr&eacute;cision fut moins bonne qu'escompt&eacute;e &agrave; cause du ph&eacute;nom&egrave;ne de la goutte noire.

**3.** La s&eacute;quence 105,5 / 8 / 121,5 / 8 n'est pas la seule possible dans la p&eacute;riode de 243 ans &agrave; cause du l&eacute;ger d&eacute;calage entre la conjonction et le passage &agrave; la [ligne des nœuds](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nœud_ascendant). Avant [1518](http://fr.wikipedia.org/wiki/1518), il n'y avait que trois transits tous les 243 ans suivant la s&eacute;quence 8 / 113,5 / 121,5, et les huit transits pr&eacute;c&eacute;dant celui de l'an 546 &eacute;taient espac&eacute;s de 121,5 ans. La s&eacute;quence actuelle continuera jusqu'en 2846 et sera alors remplac&eacute;e par la s&eacute;quence 105,5 / 129,5 / 8. Ainsi, la p&eacute;riode de 243 ans est relativement stable mais le nombre de transits et leur espacement pendant cette p&eacute;riode change au cours des &acirc;ges.