

Mathématiques et Education civique

Etude de divers modes de scrutins

Alfred BARTOLUCCI

Nous présentons dans les pages qui suivent des éléments d'information et de réflexion relatifs à des modes de scrutins ou de choix pour des décisions. Pour réaliser cet article nous avons pris appui sur des informations de l'encyclopédie libre Wikipédia catégorie: »Système électoral «.

<http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil>

Il s'agit de se familiariser avec divers modes de scrutins ou procédures de choix par des activités, « études de cas » pour des élèves de collège. Ces activités mettant en jeu des savoirs mathématiques élémentaires engagent essentiellement des procédures de traitement de données (analyser des données sous forme de texte ou de tableau, mettre en forme des infos, mettre en œuvre des procédures de calculs en lien avec un mode de scrutin, explorer les éventualités possibles, prendre conscience de l'importance des modes de pensée statistique, ... prendre la mesure du rôle du mode de traitement statistique dans la mise en évidence de certains résultats...). Ainsi, la familiarisation avec des procédures de choix et des modes de scrutin se conjugue avec le développement de capacités basiques de traitement et de traduction d'informations avec leurs lots de paradoxes qui sont utiles pour interpellier des conceptions de première évidence.

Ce champ de questionnement en lien avec les thèmes de convergence promus par les textes officiels de collège, pourrait servir de base à un travail interdisciplinaire sur :

- « l'importance du mode de pensée statistique » mais aussi le nécessaire recul à prendre quant aux regards qu'il permet sur la société ».
- l'information des élèves en tant que citoyens potentiels aux divers modes de scrutins dans des organisations démocratiques et à leurs présupposés.
- leur sensibilisation au fait que dans un système donné un mode de scrutin porte les intentions de ceux qui l'a conçus et signifie des choix politiques souvent implicites et non neutres ; dans un même pays coexistent des modes différents de scrutin en fonction de la nature de l'élection mais aussi « d'équilibres » que le législateur a souhaités.

Différents modes de scrutin

Un scrutin est l'ensemble des opérations qui constituent un vote ou une élection. Il peut être affiché (vote à main levée dans une assemblée d'association) ou secret (sélection d'un bulletin dans un isolement). Le mode de scrutin permet le passage du décompte des voix à la désignation des élus. De ce fait il conditionne la structuration de la vie politique : c'est en fonction du mode de scrutin que s'organisent les possibilités d'alliances entre partis et que se déterminent se dessinent les alternances possibles.

Si le principe de l'élection au suffrage universel fait l'unanimité dans les pays démocratiques, les modes de scrutin sont très divers. Le choix d'un mode de scrutin dans un pays ou dans une organisation est la résultante d'éléments en lien avec leur évolution historique mais aussi de choix tactiques des « groupes » dominants ...

1. Les scrutins majoritaires

Ils constituent le mode le plus ancien de désignation des élus. Il s'agit d'attribuer un siège (scrutin uninominal) ou plusieurs (scrutin plurinominal) à celui ou ceux qui ont obtenu le plus de voix.

a. le scrutin uninominal à un tour (ex : en Grande-Bretagne), celui qui obtient le plus de voix emporte le siège. Cela a l'avantage de la simplicité.

Activité 1 :

Soit un pays avec 5 circonscriptions. Il y a 3 partis nationaux :

- PPS : Parti du Progrès Social.
- UDE : Union pour le Développement Economique.
- RDE : Rassemblement pour la Défense de l'Environnement

et 1 parti avec seulement une implantation locale :

- POS : Parti de l'Ordre et de la Sécurité.

L'élection se fait au scrutin majoritaire à un tour.

Voici le tableau donnant les résultats en nombres de voix par circonscription dans l'ordre décroissant.

<i>Circonscription</i> <i>1</i>	<i>Circonscription</i> <i>2</i>	<i>Circonscription</i> <i>3</i>	<i>Circonscription</i> <i>4</i>	<i>Circonscription</i> <i>5</i>
Lydie U PPS – 880 voix	Oscar T PPS 1200 voix	Félix E PPS – 810 voix	Jean C PPS – 400 voix	Hervé T PPS 800 voix
Raoul H UDE – 720 voix	Bernard F UDE – 200 voix	Jacques R UDE – 200 voix	Annie E UDE – 660 voix	Victor D UDE – 500 voix
Joël M RDE – 200 voix	Lise G RDE 800 voix	Nicole S RDE – 400 voix	Irma R RDE – 740 voix	Alice K RDE 700 voix
		Henri A POS – 990 voix	Nestor V POS – 100 voix	

1. Traiter ces résultats et donner une représentation facilement lisible pour des lecteurs d'un quotidien régional et qui présente pour chaque parti, par circonscription et pour le pays entier les résultats en nombre de voix, en pourcentage des suffrages exprimés et en nombre d'élus.
2. Commenter la phrase suivante : « La représentation géographique des partis influence beaucoup le résultat final ».

Election comme mode de choix.

Dans une élection les électeurs inscrits sur les listes électorales désignent parmi plusieurs candidats celui qui occupera le siège de responsabilité à pourvoir. Ainsi, un mode de scrutin est une procédure de choix prenant appui sur le comptage des voix des électeurs ayant exprimé leur opinion dans un contexte social, économique et politique donné. C'est pour cela que chaque candidat mène campagne pour convaincre le plus possible d'électeurs.

Il y a d'autres contextes où on est confronté à des choix à faire dans l'intérêt général mais sur d'autres bases que « démocratiques ». Sur des questions scientifiques, techniques, économiques, éthiques... les choix ne peuvent pas se fonder sur l'opinion de la population. Certains sujets demandent de l'expertise aussi certaines décisions s'appuient sur des analyses, des tests, des résultats d'expérimentations. Cela ne signifie pas pour autant que l'on soit dans la certitude ... La validité des choix que l'on peut faire dans ces cas est limitée par l'état partiel des connaissances du moment sur le sujet, par les désaccords qui peuvent exister entre spécialistes... De plus, quelque soit le niveau scientifique d'une analyse, il y a toujours le risque que des évidences trompeuses soient tirées d'un traitement ou de calculs justes par le fait que ceux-ci ne traduisent qu'un aspect partiel de la réalité. C'est le problème que souligne l'activité suivante.

Activité 2 :

Voici des tableaux concernant des mises à l'essai de deux médicaments contre une infection de l'oreille interne. Ces deux expérimentations ont été conduites pour « décider » lequel, du Médicament A ou du Médicament B est le plus efficace.

Le premier tableau montre le nombre de succès en rapport au nombre de traitements pour chaque médicament ainsi que le taux de succès.

	Médicament A	Médicament B
succès/total	$\frac{273}{350}$	$\frac{289}{350}$
Pourcentage	78%	83%

En fait ces deux traitements ont été appliqués, chacun, à deux types de malades :

- Ceux chez lesquels l'infection était récente (moins de 3 mois).
- Ceux chez lesquels l'infection était chronique (plus de 5 ans).

Le deuxième tableau qui suit rend compte des résultats de l'expérimentation pour chaque groupe de malades :

	Malades à infection récente		Malades chroniques	
	Médicament A	Médicament B	Médicament A	Médicament B
succès/total	$\frac{81}{87}$	$\frac{234}{270}$	$\frac{192}{263}$	$\frac{55}{80}$
Pourcentage	93%	87%	73%	69%

1. Comment expliquez-vous les résultats lus dans ces deux tableaux et qui rendent compte de la même expérimentation ?
2. Si vous deviez choisir le médicament qui a la plus grande efficacité, quel serait votre choix ?

b. Le scrutin uninominal à deux tours.

Pour ce type de scrutin, la réussite au premier tour est conditionnée par l'obtention d'une majorité absolue des voix, avec parfois l'obligation de réunir un nombre minimal d'électeurs inscrits. Faute d'avoir atteint ce seuil, un deuxième tour est organisé. L'accès au deuxième tour est réglementé de la façon suivante :

- Seuls les deux candidats les mieux placés au premier tour avec un nombre minimum de voix (scrutin présidentiel français).
- Candidats du premier tour qui ont obtenu un pourcentage des inscrits plancher (scrutin législatif français).

Un scrutin à deux tours favorise une assemblée d'élus plus représentative de la diversité des opinions de l'ensemble de la population. En effet, elle rend possible des tactiques de soutiens et désistements réciproques permettant à des partis d'être présents au deuxième tour. Ainsi, certains partis sont représentés alors qu'ils ne le seraient pas dans un scrutin à un tour.

Activité 3 :

Reprenons la situation de l'activité 1 mais en la traitant dans le cas d'un scrutin majoritaire uninominal à 2 tours.

Soit un pays avec 5 circonscriptions. Il y a 3 partis nationaux :

- PPS : Parti du Progrès Social.
- UDE : Union pour le Développement Economique.
- RDE : Rassemblement pour la Défense de l'Environnement

et 1 parti avec seulement une implantation locale :

- POS : Parti de l'Ordre et de la Sécurité.

Voici le tableau donnant les résultats en nombres de voix par circonscription dans l'ordre décroissant.

<i>Circonscription 1</i>	<i>Circonscription 2</i>	<i>Circonscription 3</i>	<i>Circonscription 4</i>	<i>Circonscription 5</i>
Lydie U PPS – 880 voix	Oscar T PPS 1200 voix	Félix E PPS – 810 voix	Jean C PPS – 400 voix	Hervé T PPS 800 voix
Raoul H UDE – 720 voix	Bernard F UDE – 200 voix	Jacques R UDE – 200 voix	Annie E UDE – 660 voix	Victor D UDE – 500 voix
Joël M RDE – 200 voix	Lise G RDE 800 voix	Nicole S RDE – 400 voix	Irma R RDE – 740 voix	Alice K RDE 700 voix
		Henri A POS – 990 voix	Nestor V POS – 100 voix	

1. Par un jeu d'alliances entre les deux tours est-il possible que certains des partis battus dans le cas d'une élection à 1 seul tour soient dans la majorité dans le cas d'une élection à 2 tours ?
2. Par un jeu d'alliances, est-il possible dans ce cas particulier, que le parti majoritaire dans un scrutin à un tour n'ait aucun élu dans un scrutin à deux tours ? A quelle condition cette éventualité est-elle envisageable dans d'autres situations que le cas donné.

c. Les scrutins plurinominaux, à un ou deux tours.

Dans ce type de scrutin, à la liste arrivée en tête on attribue tous les sièges (désignation des grands électeurs pour la présidentielle américaine) ou dans d'autres cas la majorité des sièges.

L'amplification de la victoire est alors très forte. Les petits partis n'ont ici que peu de chance d'être représentés. Pire dans certains cas, ce type de scrutin peut conduire à des résultats paradoxaux : majorité des sièges mais minorité des voix. Si le panachage des listes est autorisé pour le deuxième tour, sont élus ceux qui obtiennent le plus de voix (municipales françaises pour les communes de moins de 3500 habitants).

Activité 4 :

Dans un pays « Le Grand WEST » il y a trois états : le WestLand ; l'Estland et l'Otherland. Dans ce pays il y a deux grands partis politiques : « Pour la République » et « Pour la Démocratie ».

Tous les quatre ans les habitants doivent élire le gouverneur de leur état. Une fois l'élection des gouverneurs réalisée, ce sont les trois gouverneurs qui élisent le président de la république du Grand WEST. Les gouverneurs sont chacun membre d'un des deux partis et le parti qui aura en charge de la présidence de la république sera le parti qui aura remporté le plus d'états

Voici les résultats de l'élection de 2006 :

	Pour la République		Pour la Démocratie			
Nombre total de votant du pays	5 700 000					
	WestLand		Estland		Otherland	
Nombre de votants	3 000 000		1 500 000		1 200 000	
	Pour la République	Pour la Démocratie	Pour la République	Pour la Démocratie	Pour la République	Pour la Démocratie
Nombres de voies	1 900 000	1 100 000	700 000	800 000	650 000	550 000

Pour chacun des états calculer les pourcentages des voix de chacun des partis. Le président de la république de Grand WEST représente-t-il la majorité des électeurs de son pays ? Explique.

2. Les scrutins proportionnels

Le mode de scrutin proportionnel est simple dans son principe : les sièges à pourvoir sont attribués aux partis proportionnellement au nombre de voix obtenues. La mise en œuvre est moins évidente car les règles de calculs pour faire la répartition suivent des procédures complexes (voir ci-dessous). Le scrutin proportionnel s'est développé avec les partis politiques et avec l'aspiration à ce que toutes les tendances de l'opinion soient représentées (sous certaines conditions). Dans ce cas l'électeur ne vote pas pour un « homme candidat » mais pour un parti et un programme.

Plusieurs méthodes existent pour répartir les voix.

- La **méthode du quotient** fixe le nombre de voix à obtenir pour avoir un siège (quotient électoral). Le nombre de sièges attribués à chaque liste est ensuite défini en divisant le total des voix obtenu par chaque liste par le quotient électoral.
La première répartition effectuée, les restes sont répartis, soit selon la méthode du plus fort reste qui favorise les petits partis (une fois déduites les voix ayant permis la première attribution, les listes ayant le plus de restes l'emportent), soit selon celle de la plus forte moyenne qui favorise les grands (rapport entre les voix restantes et le nombre de sièges restant à pourvoir). Cette dernière est utilisée pour les sénatoriales françaises dans les départements élisant plus de quatre sénateurs.
- Il existe d'autres méthodes de répartition des restes, comme les **systèmes de compensation** utilisés en Allemagne. Les sièges sont répartis au sein de la liste selon l'ordre de présentation le plus souvent, mais aussi parfois selon l'indication de préférences donnée par les électeurs.

Dans les scrutins proportionnels le seuil fixé pour obtenir le droit à la répartition des sièges et la taille de la circonscription constituent des variables déterminantes. Ainsi, si le seuil est élevé et si le nombre de circonscriptions est important alors l'accès des petits partis aux sièges est rendu difficile. Le niveau du seuil dépend du choix des institutions de chaque pays mais aussi de leurs caractéristiques. Avec un seuil à 5 % en Allemagne ou en France, peu de partis nationaux sont écartés. Avec le même seuil, dans de jeunes démocraties qui ont souvent un grand nombre de partis, une part importante des « opinions » qui s'expriment n'est pas représentée.

L'activité qui suit traite d'un scrutin proportionnel plurinominal : méthode de distribution au plus fort reste.

Activité 5

Voici le texte qui régleme l'attribution des sièges à l'élection des représentants des parents d'élèves au conseil d'école.

Les élus sont désignés dans l'ordre de la présentation de la liste. Il est désigné au maximum autant de suppléants que de titulaires. En cas d'empêchement provisoire ou définitif, il sera fait appel aux suppléants dans l'ordre de la liste.

- a) Le quotient électoral, calculé jusqu'au deuxième chiffre après la virgule marquant l'unité, est égal au nombre total des suffrages exprimés divisé par le nombre de sièges de titulaires à pourvoir.
- b) Chaque liste a d'abord droit à un nombre d'élus titulaires égal au nombre entier de fois que le nombre de suffrages obtenu par elle contient le quotient électoral.
- c) Si les opérations prévues à l'alinéa b) ci-dessus pour les élections des parents aux conseils d'école conduisent à attribuer à une liste plus de sièges qu'elle n'a de candidats, les sièges

qui ne peuvent être occupés par cette liste, par manque de candidats, ne sont pas attribués à ce stade de la procédure (voir g).

Lorsqu'une liste a obtenu un nombre de voix inférieur au quotient électoral, ce nombre de voix tient lieu de reste.

- d) Les restes calculés jusqu'au deuxième chiffre après la virgule marquant l'unité sont constitués par la différence entre le nombre total des suffrages obtenu par une liste et le nombre des suffrages utilisé pour l'attribution des sièges selon les modalités exposées à l'alinéa b).
- e) Les sièges restant à pourvoir sont attribués aux différentes listes qui ont les plus forts restes dans l'ordre décroissant de ceux-ci.
- f) En cas d'égalité des restes, le siège à pourvoir est attribué à la liste qui a obtenu le plus grand nombre de suffrages et en cas d'égalité du nombre des suffrages au candidat le plus âgé.
- g) Dans chacun des cas envisagés aux points c, e, f, les sièges non attribués, faute de candidats, aux listes qui auraient dû normalement en bénéficier sont remis au tirage au sort.

Question 1 Activité 5

Traiter les diverses études de cas dans le but de présenter les résultats dans un tableau de la forme :

<i>Listes</i>	<i>Nombres de candidats</i>	<i>Nombres de suffrages obtenus par la liste</i>	<i>Nombres de sièges attribués au titulaire du quotient électoral</i>	<i>Restes</i>	<i>Nombres de sièges attribués au titre du plus fort reste</i>

Première étude de cas :

Il y a 6 sièges de titulaires à pourvoir.

- nombre de votants : 350
- bulletins blancs ou nuls : 50
- 3 listes :
 - La liste A présente 2 candidats et obtient 155 voix.
 - La liste B présente 7 candidats et obtient 85 voix.
 - La liste C présente 12 candidats et obtient 60 voix.

CAS 1

Deuxième étude de cas :

Il y a 3 sièges de titulaires à pourvoir.

- nombre de votants : 100
- bulletins blancs ou nuls : 20
- 3 listes :
 - La liste A présente 6 candidats et obtient 35 voix.
 - La liste B présente 6 candidats et obtient 20 voix.
 - La liste C présente 3 candidats et obtient 25 voix.

CAS 2

Troisième étude de cas :

Il y a 5 sièges de titulaires à pourvoir.

- nombre de votants : 100

CAS 3

- bulletins blancs ou nuls : 30
- 3 listes :
 - La liste A présente 10 candidats et obtient 45 voix.
 - La liste B présente 6 candidats et obtient 21 voix.
 - La liste C présente 2 candidats et obtient 6 voix.

Certains reprochent à la méthode distribution au plus fort reste d'être incohérente : Il serait possible qu'en augmentant le nombre de sièges à pourvoir de diminuer le nombre de sièges acquis par une liste. Surprenant !

Question 2 Activité 5

Etudier une élection avec 4 listes, l'attribution des sièges se fait par la méthode distribution au plus fort reste, dans un cas où l'on a 323 sièges à pourvoir et dans un autre cas où l'on a 324 sièges à pourvoir.

Le tableau ci-contre donne les résultats.

<i>Listes</i>	<i>Nombres de suffrages obtenus par la liste</i>
<i>A</i>	5670
<i>B</i>	3850
<i>C</i>	420
<i>D</i>	60

<i>Listes</i>	<i>Nombres de suffrages obtenus par la liste</i>	<i>Nombres de sièges attribués au titulaire du quotient électoral</i>	<i>Restes</i>	<i>Nombres de sièges attribués au titre du plus fort reste</i>
<i>A</i>	5670			
<i>B</i>	3850			
<i>C</i>	420			
<i>D</i>	60			

3. Les débats autour du choix du mode de scrutin

Il existe des modes de scrutin mixtes qui cherchent à cumuler les avantages du mode majoritaire et du mode proportionnel et à en limiter les inconvénients. La combinaison de deux modes se fait avec une grande diversité de procédures selon le pays ou le type d'élection. Par exemple, le mode de scrutin utilisé en France pour les élections municipales dans les communes de plus de 3500 habitants vise à

- assurer une majorité au vainqueur,
- permettre des alliances entre les deux tours.
- donner une représentation aux minoritaires.

À l'issue du deuxième tour, la liste en tête obtient la majorité des sièges, les sièges restants sont répartis entre les listes présentes au deuxième tour « selon la proportionnelle ».

Entre partis politiques et dans la société, relayé par les médias, un débat sur le bon mode de scrutin pour telle ou telle élection n'est pas toujours simple à suivre. Les arguments avancés ne sont pas toujours attachés à des choix « de valeurs » mais à la taille du parti avec son intérêt propre d'être représenté dans la société pour les uns ou d'avoir une suprématie dans la représentation pour les autres. Pour le citoyen électeur il est utile de ne pas être naïf de certains jeux oratoires entre partis pour, sur ces questions là, adopter indépendamment de ses opinions « politiques » une position légitime au regard d'une représentativité démocratique et permettant l'exercice du pouvoir.

- Pour les partisans du mode proportionnel :
 - Un système électoral doit donner une image la plus fidèle possible des aspirations de la population et en particulier doit laisser une place aux courants de pensée qui ne sont pas majoritaires.
 - Le scrutin majoritaire à un tour favorise les alternances, mais la vie politique se structure entre deux grands partis seulement. Les petits partis, s'ils essaient d'exister, sont laminés et ont du mal à survivre. Le scrutin majoritaire à deux tours favorise aussi l'alternance mais certains petits partis peuvent jouer un rôle du fait que le second tour est propice à des alliances.
- Pour les partisans du mode majoritaire :
 - L'important est de désigner une majorité solide (élus d'un même parti) sur des choix politiques clairs. Ils ne veulent pas d'une représentation où les élus ne parviendraient que difficilement à se mettre d'accord sur la politique à suivre et les décisions à prendre. Les scrutins majoritaires conduisent le plus souvent à des majorités stables résultant d'un affrontement entre deux blocs. Le parti qui l'emporte gouverne seul, le parti battu assure un rôle d'opposition et se prépare aux échéances électorales suivantes.
 - Les scrutins proportionnels rendent difficile l'émergence d'une majorité stable et cohérente. Ils conduisent les petits partis à jouer des rôles charnières, à coopérer entre partis de tendances différentes. Même un très petit parti peut constituer un « à point » pour constituer une majorité.

Ainsi, le choix du mode de scrutin dans un système ou un pays est très important car il détermine l'organisation des partis politiques et leurs stratégies d'alliances. Chaque mode de scrutin témoigne d'une conception de la vie politique.

4. Un autre mode de désignation : exprimer des préférences.

Pour une élection, on pourrait demander aux votants non pas de choisir un candidat parmi plusieurs mais de mettre en ordre de préférence les différents candidats et ensuite de traiter ces ordres de préférence. Dans ce mode de désignation on peut arriver à un résultat différent de celui que l'on aurait dans un scrutin majoritaire classique mais encore plus étrange on peut avoir des résultats apparemment incohérents tels que pour trois candidats :

- une majorité préfère A à B,
- une autre majorité préfère B à C,
- une troisième majorité préfère C à A.

Ce phénomène a été étudié et présenté par Condorcet et porte le nom de **paradoxe de Condorcet**. L'activité qui suit permet de l'aborder de façon concrète.

Activité 6

Un groupe de 60 élèves de troisième ont à élire l'élève responsable du foyer du collège. Trois postulants se sont proposés : *Sarah, Gabriel et Léa*. Pour désigner ce responsable on demande à chacun des 60 élèves d'exprimer son ordre de préférence. Par exemple si *Sarah est préférée à Gabriel* et *Gabriel est préféré à Léa le vote s'exprime par Sarah > Gabriel > Léa* exprime
Voici les résultats du vote par préférences :

- 23 élèves préfèrent : *Sarah > Gabriel > Léa*
- 17 élèves préfèrent : *Gabriel > Léa > Sarah*
- 2 élèves préfèrent : *Gabriel > Sarah > Léa*
- 10 élèves préfèrent : *Léa > Sarah > Gabriel*
- 8 élèves préfèrent : *Léa > Gabriel > Sarah*

1. Combien d'élèves d'après les résultats préfèrent Sarah à Gabriel ? Combien préfèrent Gabriel à Sarah ? (On appelle cela des comparaisons majoritaires par paires)

2. Combien d'élèves d'après les résultats préfèrent Gabriel à Léa ? Combien préfère Léa à Gabriel ?
3. Combien d'élèves d'après les résultats préfèrent Léa à Sarah ? Combien préfère Sarah à Léa ?
4. Le tableau suivant rend compte de la comparaison par paire. Après l'avoir complété explique comment à partir du tableau on peut décider de qui sera élu ?

	Sarah	Gabriel	Léa
P(Sarah à ...)		33	25
P(Gabriel à ...)	27		42
P(Léa à ...)	35	18	

5. Après la proclamation des résultats il y a contestation de certains élèves. Était-ce prévisible ? Qui aurait été élu si chaque électeur n'avait donné que le premier nom de sa préférence ? Dans ce cas la décision aurait-elle été plus juste ?