

Les polygones de Reuleaux

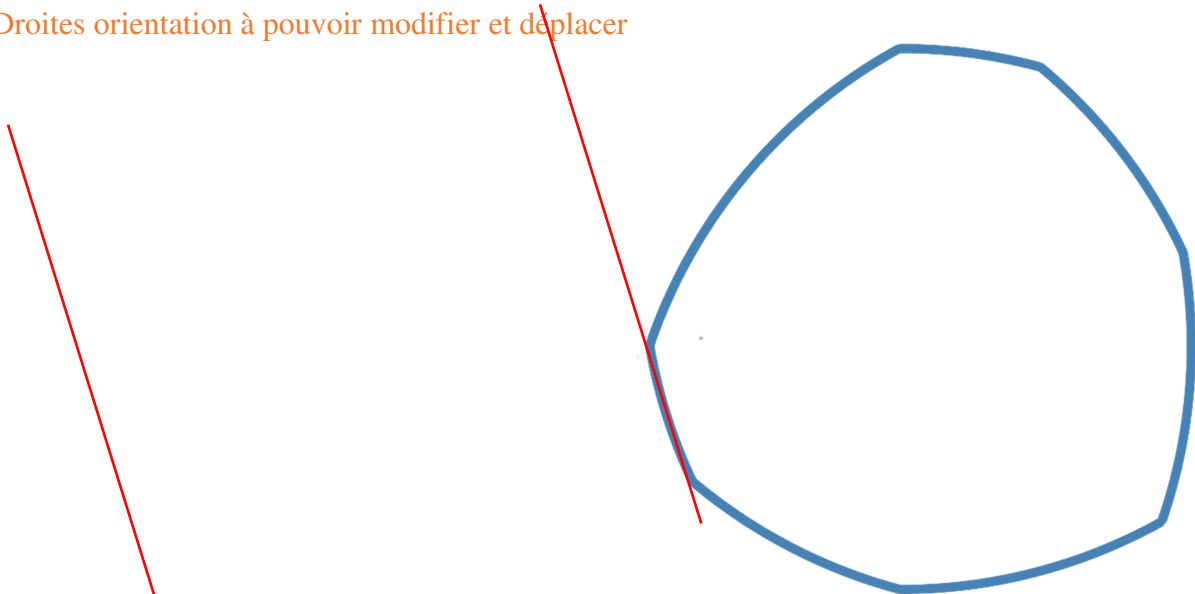
Tout niveau

Astronomie, Bâtiment, Bricolage, Loisirs, Nature, Représentation visuelle, Transport,

En géométrie, une **courbe de largeur constante** est une courbe plane fermée dont la largeur, mesurée par la distance entre deux droites parallèles opposées qui lui sont tangentes, est la même quelle que soit l'orientation de ces droites.

Vérifier que la courbe suivante est une courbe de largeur constante.

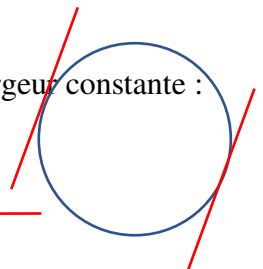
Droites orientation à pouvoir modifier et déplacer



Chgt de page

Autre exemple, une figure très simple, le cercle, est évidemment une courbe de largeur constante :

Chgt de page

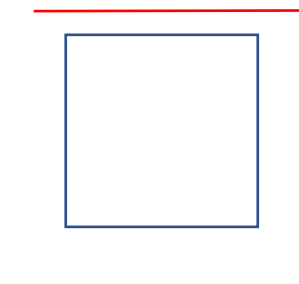


Tandis qu'un carré ne l'est pas.

Apparition sur la même page :

En effet, la diagonale d'un carré de côté a mesure $\sqrt{2} a$.

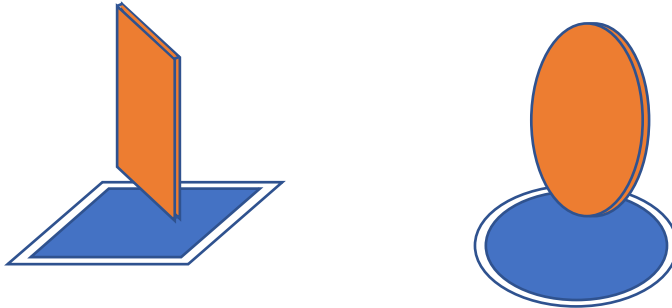
Chgt de page



C'est d'ailleurs essentiellement pour cette raison que la plupart des regards d'égout et leurs plaques sont circulaires et non pas carrés !

En effet une plaque circulaire ne peut pas tomber dans le trou légèrement plus petit que lui, mais un regard carré, si :

Mouvement :



chgt de page

Il existe bien d'autres courbes à largeur constante que le cercle ; on va s'intéresser ici à une famille d'entre elles, les **polygones réguliers de Reuleaux** (poils au dos).

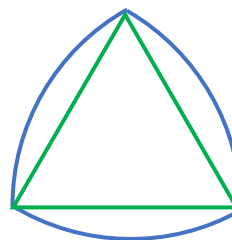
Point bulle sur Reuleaux : Franz Reuleaux (Eschweiler, 30 septembre 1829 - Charlottenburg, 20 août 1905) était un ingénieur en mécanique allemand, considéré comme le père de la cinématique.

Un polygone régulier de Reuleaux n'est pas un polygone au sens habituel, car ses côtés ne sont pas des segments, mais des arcs de cercle.

Plus précisément, on part d'un polygone régulier ayant un nombre impair de côtés, comme le triangle, le pentagone, l'heptagone, l'enneagone...

On remplace chaque côté par un arc de cercle passant par ses extrémités et de centre le sommet opposé du polygone.

Par exemple pour le triangle :



Partons d'un triangle équilatéral :

Construction

Triangle puis chaque arc de cercle de centre chaque sommet puis disparition du triangle

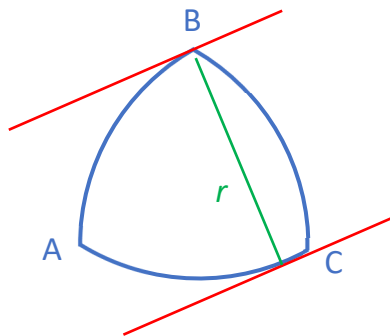
La courbe obtenue s'appelle un triangle de Reuleaux (poils aux abdominaux)

Chgt page

Un triangle de Reuleaux est une courbe de largeur constante.

En effet, lorsque deux droites parallèles viennent toucher le triangle de Reuleaux en se rapprochant de part et d'autre, l'une d'entre elles le touche en l'un des sommets A, B ou C, et la seconde le touche en un point de l'arc de cercle opposé ; ainsi, l'écart entre les deux droites est égal au rayon r de l'arc de cercle.

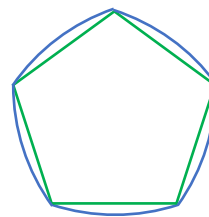
3 approches de droites puis apparition du rayon r balayant l'arc.



Chgt page

Le suivant est le pentagone de Reuleaux (poils aux os)

Même construction que triangle

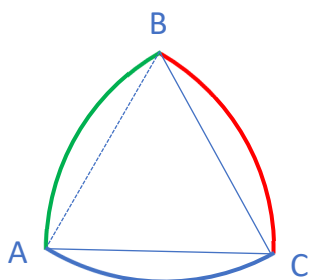


Cht de page

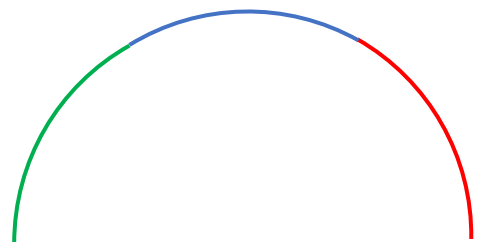
Une propriété remarquable d'une courbe à largeur constante d (polygones de Reuleaux mais aussi les autres), c'est que leur périmètre est toujours égal à πd . C'est le **théorème de Barbier**.

Point info Joseph-Émile Barbier, né le 18 mars 1839 à Saint-Hilaire-Cottes et mort le 28 janvier 1889 à Saint-Genest-Lerpt, est un astronome français.

Vérifions-le sur le triangle de Reuleaux (poils au cerveau) :



Animation
Déplacement des arcs

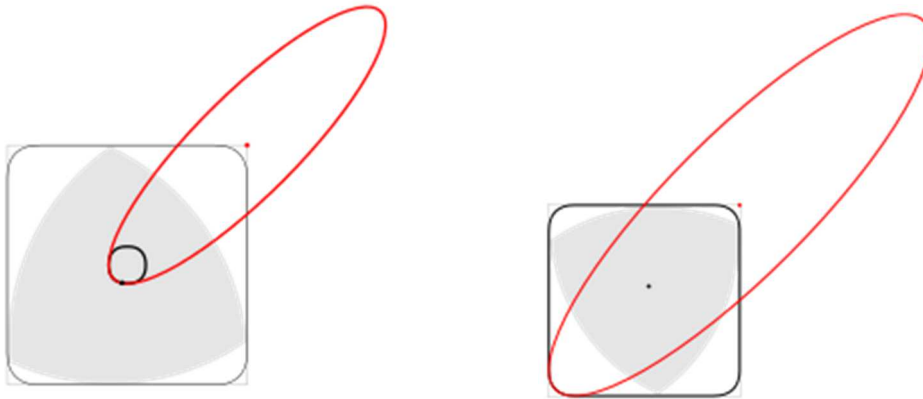


Chaque côté du triangle est un arc de cercle d'angle au centre 60° et donc étant le tiers d'un demi-cercle (angle au centre 180°).

Le périmètre est donc égal à $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$.

Chgt page

Une propriété remarquable des courbes de largeur constante comme les polygones de Reuleaux est qu'elles peuvent tourner complètement à l'intérieur d'un carré, en touchant à tout moment les quatre côtés du carré. En tournant, le centre de gravité du triangle ne reste pas fixe, mais suit plutôt une courbe formée par des morceaux de quatre ellipses. Le triangle de Reuleaux en rotation ne peut pas atteindre certains points près des sommets du carré, mais recouvre plutôt une forme aux coins légèrement arrondis, également formée d'arcs elliptiques.



La forme tracée par le triangle de Reuleaux en rotation couvre environ 98,77% de la surface du carré.

Chgt page

Comme on l'a vu, un polygone de Reuleaux est l'un des candidats pour la forme d'un regard d'égout car comme le cercle, il ne peut pas tomber dans le trou.

Voici un exemple concret de regard d'égout en forme de triangle de Reuleaux, dans la ville de San Francisco aux Etats-Unis.

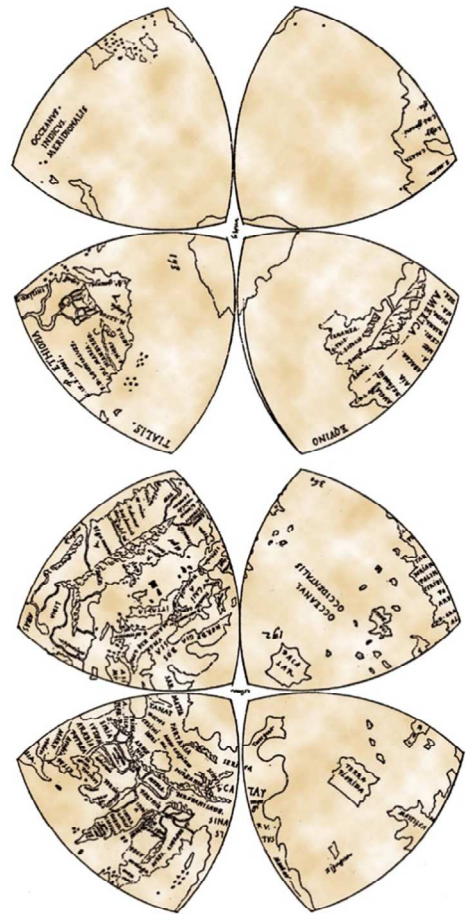


Chgt page

La **projection d'octants** est un type de projection proposé la première fois, en 1508, par Léonard de Vinci dans son Codex Atlanticus .

La surface sphérique de la terre est divisée en huit octants, chacun aplati en forme de triangle de Reuleaux. S'ils étaient fabriqués dans un matériau élastique, il serait possible d'en recouvrir la surface d'une maquette du globe terrestre.

Les huit triangles sont orientés de la même manière que deux trèfles à quatre feuilles côte à côte, les pôles terrestres étant au centre des quatre folioles. L'un des côtés des huit triangles, est un quart de l'équateur (le plus loin du centre des folioles), les deux autres (ceux qui convergent vers le centre du pseudo trèfle), dessinent des moitiés de méridiens.

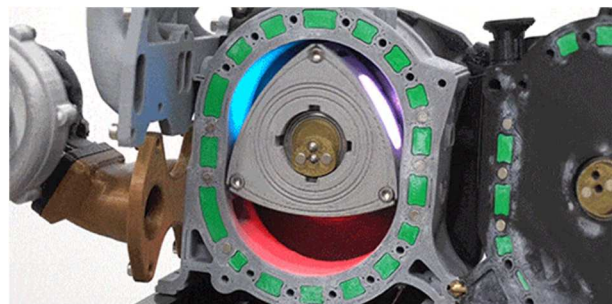
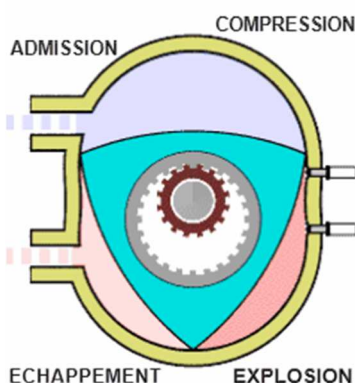


Chgt page

Le **moteur Wankel** est un type de moteur à combustion interne utilisant une conception rotative excentrique pour convertir la pression en mouvement de rotation.

Par rapport au moteur à piston alternatif, le moteur Wankel a un couple plus uniforme et moins de vibrations et, pour une puissance donnée, est plus compact et pèse moins lourd.

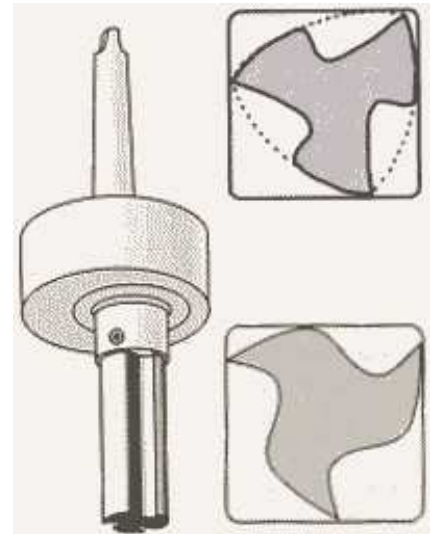
Le rotor, qui crée le mouvement de rotation, est de forme similaire à un triangle de Reuleaux. Les moteurs Wankel délivrent trois impulsions de puissance par tour de rotor. Cependant, l'arbre de sortie utilise un engrenage denté pour tourner trois fois plus vite, donnant une impulsion de puissance par tour.



Plusieurs autres types de machines prennent la forme du triangle de Reuleaux, basé sur sa propriété de pouvoir tourner à l'intérieur d'un carré.

Le foret à trou carré Watts Brothers Tool Works a la forme d'un triangle de Reuleaux, modifié avec des concavités pour former des surfaces de coupe. Lorsqu'il est monté dans un mandrin spécial qui permet au foret de ne pas avoir un centre de rotation fixe, il peut percer un trou presque carré. Il a été breveté par Henry Watts en 1914.

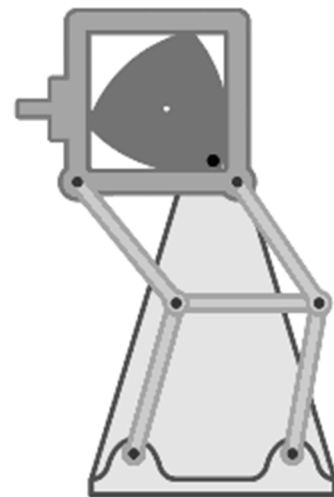
D'autres polygones de Reuleaux sont utilisés pour percer des trous pentagonaux, hexagonaux et octogonaux.



Une autre classe d'applications du triangle de Reuleaux tournant dans un carré consiste à l'utiliser comme partie d'un mécanisme qui peut convertir la rotation continue autour d'un axe fixe en mouvement alternatif.

Une application de ce principe se présente dans un projecteur de film. Dans cette application, il est nécessaire de faire avancer le film dans un mouvement saccadé et pas à pas, dans lequel chaque image du film s'arrête pendant une fraction de seconde devant l'objectif du projecteur,

Ci-contre un mécanisme d'avance de film basé sur le triangle de Reuleaux dans le projecteur de film soviétique Luch-2 8 mm



Le **réseau submillimétrique (SMA)** de l'observatoire spatiale du Mauna Kea se compose de huit radiotélescopes de 6 mètres de diamètre disposés en interféromètre pour les observations de longueur d'onde submillimétrique.

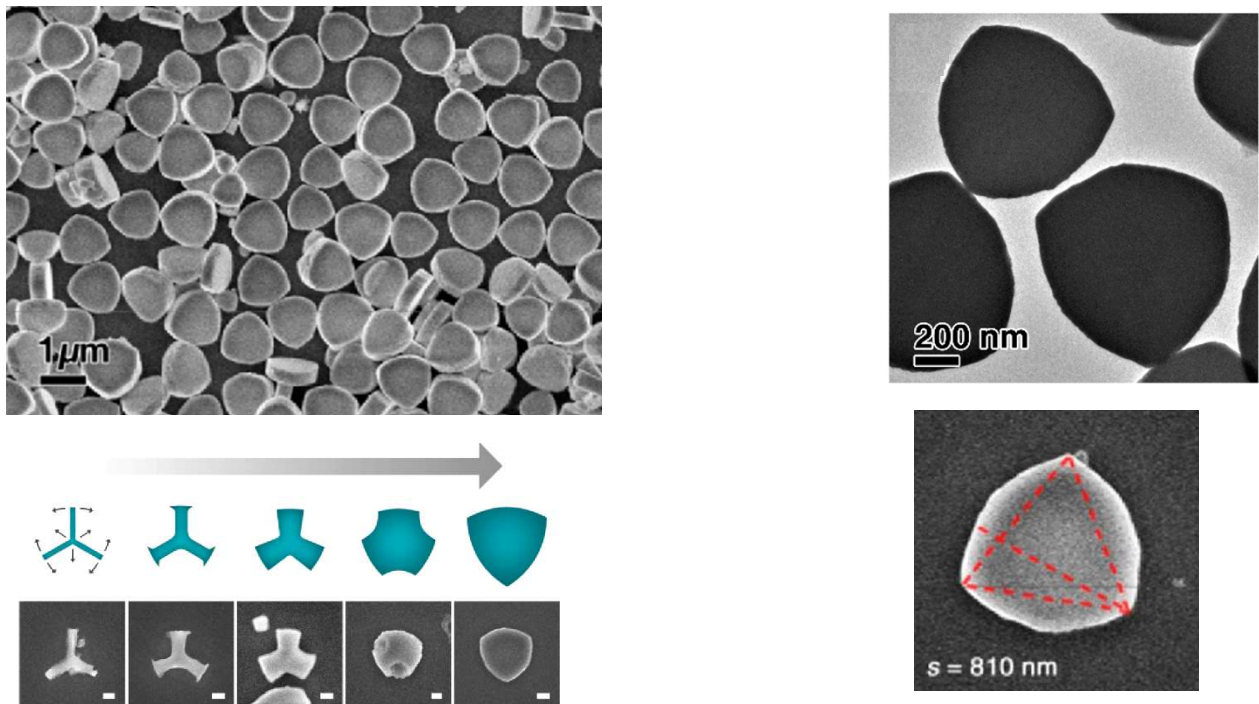


Un problème permanent pour les interféromètres radio, en particulier ceux avec un petit nombre d'antennes, est de savoir où les antennes doivent être placées les unes par rapport aux autres, afin de produire les meilleures images synthétisées. En 1996, Eric Keto a étudié ce problème pour la SMA. Il a constaté que l'échantillonnage le plus uniforme des fréquences spatiales, et donc la fonction d'étalement des points la plus propre (lobe latéral le plus bas) était obtenu lorsque les antennes étaient disposées en forme de triangle de Reuleaux. En raison de cette étude, les plots sur lesquels les antennes SMA peuvent être placées ont été disposés pour former quatre triangles de Reuleaux, le plot

le plus à l'est formant un coin partagé pour les quatre triangles. Cependant, le site SMA est un champ de lave avec de nombreuses crêtes et dépressions rocheuses, de sorte que les coussinets n'ont pas pu être placés exactement dans les positions optimales.

Chgt page

La forme triangulaire de Reuleaux a été isolée pour la première fois dans la nature sous forme cristalline en 2014. Des cristaux de nitrate de bismuth en forme de triangle de Reuleaux ont été formés à partir de l'hydrolyse et de la précipitation du nitrate de bismuth dans un système éthanol-eau en présence de 2,3-bis(2-pyridyl)pyrazine.



Chgt page

La largeur constante des polygones de Reuleaux fait que ces formes peuvent être utilisées pour fabriquer des pièces de monnaie ou des jetons, notamment pour les machines automatiques, les casiers, les caddies... En effet, en plus d'avoir une pièce de monnaie ou un jeton vachement sympa, ces dispositifs fonctionnent en reconnaissant notamment la largeur constante de la pièce ou du jeton.

En plus, l'avantage de ces formes par rapport au cercle, c'est que pour une même largeur constante, elles utilisent moins de matière que le cercle (le triangle étant le champion), et sont plus difficiles à contrefaire.

Quelques exemples parmi beaucoup :

Pièce commémorative des Bermudes :



Les pièces de monnaie britanniques de 20 et 50 pence sont des heptagones de Reuleaux (poils aux pectoraux) :



La pièce de 1 dollar canadien est un hendécagone de Reuleaux (11 côtés).



Chgt page

En architecture, on retrouve également les triangles de Reuleaux (poils au ciboulot) :



Fenêtre de l'église Notre-Dame de Bruges en Belgique



Vitrail géométrique (lieu inconnu)



Le **KölnTriangle** est un bâtiment haut de 103,2 mètres situé dans le quartier de Deutz à Cologne, en Allemagne.

Chgt page

Quelques logos utilisant un triangle de Reuleaux :



Le **National Trails System** est une série de sentiers « remarquables » aux États-Unis.

Chaque sentier panoramique et historique a un logo en triangle de Reuleaux pour marquer son itinéraire et les points importants.

Logo indiquant l'entrée dans le réseau de piste cyclable nationale des États-Unis .



Autres objets du quotidien



Médiator de guitare



Bouton de vêtement. De par sa largeur constante, il remplit le même rôle de fermeture qu'un disque.



Le robot aspirateur RULO de Panasonic a sa forme basée sur le triangle de Reuleaux afin de faciliter le nettoyage de la poussière dans les coins des pièces. Un système de balayettes assure le nettoyage dans la petite partie du coin non atteinte par le corps du robot.



Table et table basse.



Aux Etats-Unis, de nombreuses bouches d'incendie sont dotés d'un écrou en forme de triangle de Reuleaux, afin qu'une personne mal intentionnée ne puisse pas ouvrir la vanne avec une simple clé.

Ci-contre une bouche d'incendie à Philadelphie



De par la propriété de largeur constante, il est possible de faire des roues qui ne sont pas circulaires mais ayant la forme d'un polygone de Reuleaux (poil aux biceps fémoraux).

Comme on l'a vu, du fait que le centre des roues n'est pas fixe dans la rotation, l'axe des roues oscille légèrement verticalement.

Mettre des iframe :

<https://www.youtube.com/watch?v=efp6-jMi8bo>

<https://youtu.be/BeOS9pG6vjU>

Chgt page

Bon, ce travail sur les polygones de Reuleaux est terminé, c'est pas qu'il était relou mais on est quand même au bout du rouleau...

