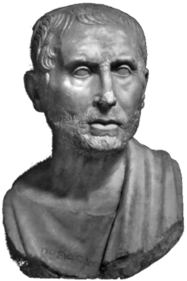


Calcul de la circonférence terrestre par Posidonius

Niveau : cycle 4.

Lien avec le programme : situations de proportionnalité, somme des angles d'un triangle, angles et parallélisme, longueur d'un cercle. Lien avec l'histoire et la géographie. Questions de sciences dans l'Antiquité. Mesure de la circonférence de la Terre par Ératosthène. Théories scientifiques qui ont changé la vision du monde, Ptolémée. Système métrique. Méridien.

Lien avec Les maths au quotidien : Astronomie.



Posidonius (135-51 av. J.-C.) était un philosophe stoïcien grec, astronome, géographe et météorologue. Surnommé « l'athlète », il est né à Apamée, au nord de la Syrie, et probablement mort à Rome. Il a eu comme élèves les illustres romains Cicéron et Pompée.

Il a notamment donné une mesure de la circonférence de la Terre. Sa méthode est basée sur l'observation de l'étoile australe Canopus (Alpha Carinae), qui est la deuxième étoile la plus brillante dans le ciel après Sirius, de magnitude $-0,72$.

Cette étoile, bien visible dans l'hémisphère sud, est invisible pour un observateur situé en Grèce. Posidonius l'a aperçu juste au raz de l'horizon lorsqu'il était à Rhodes. Il l'a observé une seconde fois plus au sud, à Alexandrie, et a jugé que la direction de Canopus faisait un angle de « un vingt-quatrième de méridien » avec l'horizon.

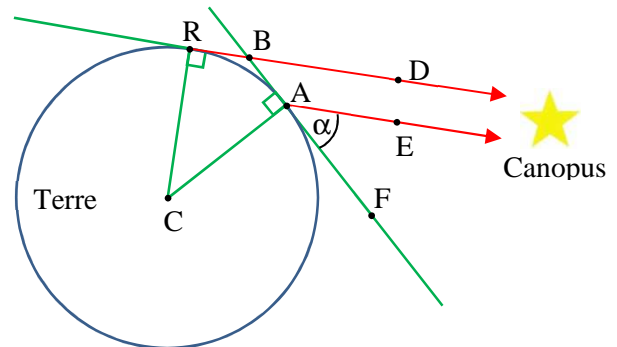
De plus, après avoir utilisé dans un premier temps 5 000 stades pour la distance Rhodes-Alexandrie, il a finalement utilisé 3 750 stades. On considère qu'un stade équivaut à 165 m.

On s'appuie sur la figure ci-contre.

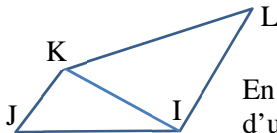
Les points R et A situent respectivement les villes de Rhodes et Alexandrie.

Soit α l'angle \widehat{EAF} , en degrés, entre Canopus et l'horizon à Alexandrie.

Canopus étant extrêmement lointain (310 années-lumière), on suppose que les droites (RD) et (AE) sont parallèles.



1. a.



En s'appuyant sur le quadrilatère IJKL ci-contre, démontrer que la somme des angles d'un quadrilatère est égale à 360° .

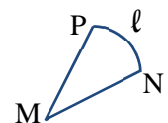
b. En déduire que $\widehat{ACR} = 180 - \widehat{ABR}$ (degrés).

c. Montrer que $\widehat{ACR} = \widehat{ABD}$.

d. Montrer que $\widehat{EAF} = \widehat{ABD}$ et en déduire que $\widehat{ACR} = \alpha$.

2. Un méridien (demi-cercle) correspond à un angle de 180° . Déterminer \widehat{ACR} .

3. On admet que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre correspondant : $\ell = a \times \widehat{NMP}$. Déterminer la valeur du coefficient de proportionnalité a .



4. Déterminer une valeur approchée, en mètres, de la longueur de la circonférence de la Terre (double de celle d'un méridien) calculée par Posidonius. Rechercher la vraie valeur de cette circonférence. Conclusion ?

5. Si l'on admet que les 3 750 stades utilisés sont une bonne approximation de la distance Rhodes-Alexandrie, déterminer l'angle α sous lequel Posidonius a en fait vu l'étoile Canopus.

• Au III^e siècle av. J.-C., Ératosthène de Cyrène, géomètre de l'école d'Alexandrie, avait en fait donné pour la circonférence terrestre une valeur beaucoup plus précise de 250 000 stades (voir l'ouvrage *Les Maths au quotidien* p. 20), 150 ans avant Posidonius. Par ailleurs, au lieu de confirmer les calculs d'Ératosthène, le célèbre savant Claude Ptolémée reprend au II^e siècle ap. J.-C. l'inexacte valeur de 180 000 stades trouvée par Posidonius.

C'est notamment en se basant sur ces mesures que Christophe Colomb imaginera le projet de rejoindre les Indes par l'Ouest. Ce faisant, il sous-estimait le trajet de quelques 10 000 km. Si Ptolémée avait adopté la mesure faite par Ératosthène, peut-être Christophe Colomb ne se serait-il pas lancé dans l'aventure !

• L'étoile Canopus est également particulièrement importante dans le cadre des envois des sondes spatiales américaines. Dans les années 1960 et 1970 ont eu lieu les programmes Mariner, Voyager et Helios. L'orientation des sondes est contrôlée à l'aide de deux capteurs : un viseur d'étoile qui pointe vers Canopus et un capteur solaire.