Un problème de rond de serviette

Niveau : cycle 4. Tâche complexe. En groupes ?

Lien avec le programme : « Les mathématiques permettent de mieux appréhender ce que sont les grandeurs (…, volume, …) associées aux objets de la vie courante. L'étude des figures géométriques du plan et de l'espace à partir d'objets réels apprend à exercer un contrôle des caractéristiques d'une figure… Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités. Formule donnant le volume d'un cylindre, d'une boule. Représenter l'espace. Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer. »

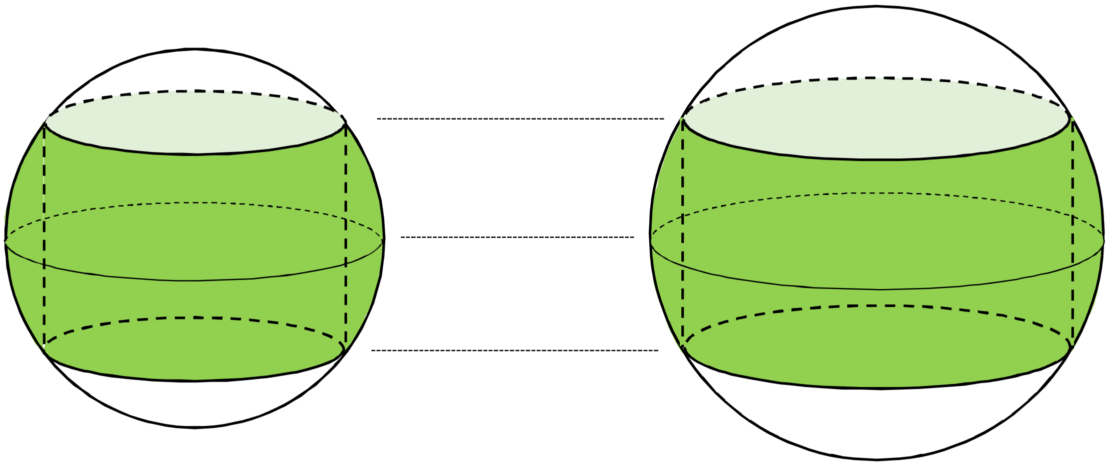
Lien avec Les maths au quotidien : Bricolage/Représentations Visuelles/Insolite.

Un menuisier a fabriqué deux jolis ronds de serviettes en bois.

Pour cela, il s'est servi de deux boules de bois de respectivement 5 cm et 6 cm de diamètre, comme sur la figure ci-après.

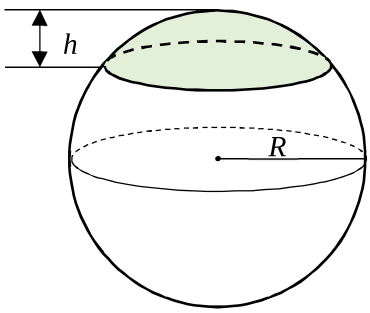
Les deux ronds de serviette ont la même hauteur : 3 cm. Ils sont symétriques par rapport au plan passant par l'équateur de la boule. Le « trou » de chaque rond de serviette est un cylindre.

La question est : **quel rond de serviette contient le plus de bois ?**



Aide : on admet que le volume délimité par une calotte sphérique de hauteur *h* sur une sphère de rayon *R* est donné par la formule :

$V = \frac{\pi}{3}h^2(3R - h)$ (unités de volume).



Point info :

Le résultat trouvé est vrai quelque soit le diamètre de la boule dans laquelle on fabrique le rond de serviette !
En géométrie, ce problème est appelé le *problème du rond de serviette.*
Une version de ce problème est posée au XVII^{e} siècle dans les mathématiques japonaises par Seki Kōwa.