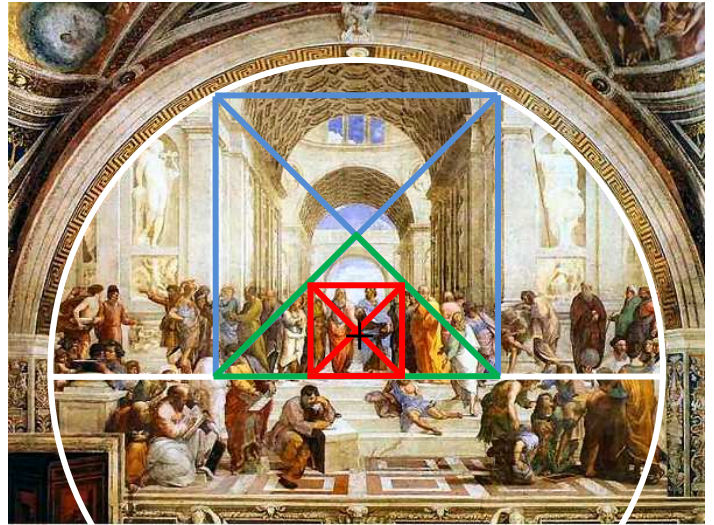


Dans la célèbre fresque *L'école d'Athènes* du peintre Raphaël, on peut construire un carré remarquable inscrit dans un demi-cercle, ainsi qu'un autre carré remarquable inscrit dans un triangle.

### Partie A

- On construit un segment  $[JK]$ .
- On construit un demi-cercle de centre  $O$  et de diamètre  $[JK]$ .
- On construit alors un carré  $JKLM$  tel que le demi-cercle soit à l'intérieur de ce carré.
- On trace les segments  $[OM]$  et  $[OL]$ . Ils coupent le demi-cercle respectivement en  $D$  et  $C$ .
- On construit le rectangle  $ABCD$  où  $A$  et  $B$  sont sur  $[JK]$ .



1. On choisit comme unité de longueur la longueur  $OK$  et on se place dans le repère orthonormé  $(O, K, P)$  du plan.

a. Donner les coordonnées des points  $O, J, K, M$  et  $L$ .

b. Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites  $(OM)$  et  $(OL)$ .

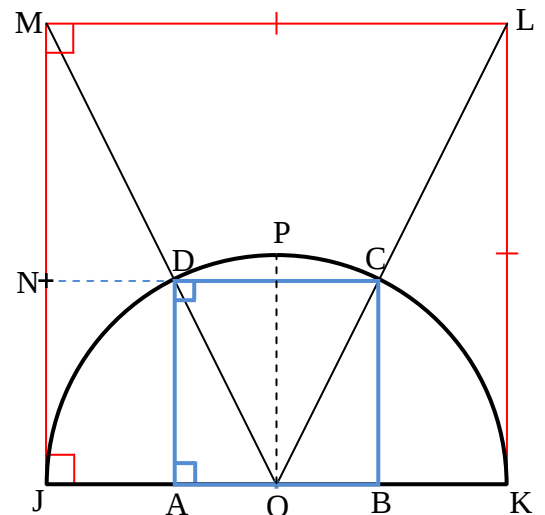
c. A quoi sont égales  $OD^2$  et  $OC^2$ ? Traduire en utilisant les coordonnées des points ces deux égalités.

d. En déduire les coordonnées de  $D$  et  $C$  puis de  $A$  et  $B$ .

2. Le rectangle  $ABCD$  est-il un carré ?

3. a. Montrer que le point  $A$  partage le segment  $[JB]$  selon le nombre d'or  $\varphi$ , c'est à dire  $\frac{JB}{AB} = \frac{AB}{JA} = \varphi$ .

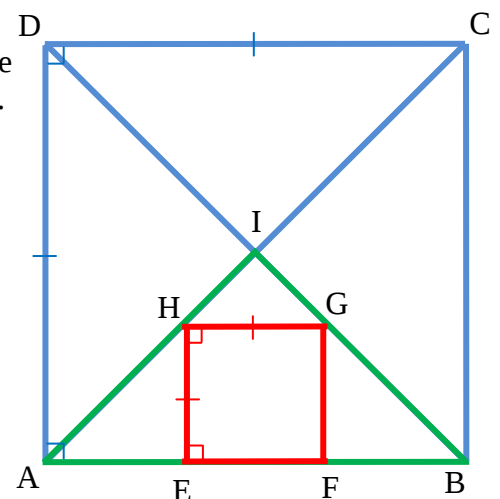
b. Vérifier que les rectangles  $JADN$  et  $JBCN$  sont des rectangles d'or.



### Partie B

Soit  $I$  le centre du carré  $ABCD$ . Supposons que l'on puisse inscrire dans le triangle  $ABI$  un carré  $EFGH$  comme sur la figure ci-contre. On se demande comment construire effectivement ce carré.

1. Dans le carré  $EFGH$ , quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{GEF}$  ?
2. Dans le carré  $ABCD$ , quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{GBE}$  ?
3. En déduire la nature du triangle  $EGB$ .
4. Que peut-on alors dire du point  $F$  pour le segment  $[EB]$  ?
5. Faire un raisonnement analogue pour situer le point  $E$  est le sur le segment  $[AF]$ .
6. Montrer que  $AE = EF = FB$ .



### Partie C

Sur le schéma donné ci-après, construire (à l'aide d'une règle non graduée et d'un compas) le carré ABCD puis le carré EFGH.

**Indication** : pour le carré EFGH, cela revient à construire  $\frac{1}{3}$  AB à la règle et au compas.

